

# **Actualización de la estimación de las elasticidades de recaudo tributario ante fluctuaciones del PIB**

**Abril de 2026**

# COMITÉ AUTÓNOMO DE LA REGLA FISCAL

## Miembros Expertos del CARF

Juan Carlos Ramírez Jaramillo (presidente)  
Carlos Arturo Gómez Restrepo  
Astrid Martínez Ortíz  
Martha Alicia Misas Arango

## Miembros del Congreso de la República en el CARF

Wilmer Castellanos

## Equipo técnico del CARF que participó en el documento

Juan Sebastián Betancur Mora (director técnico)  
Carmen Elena Salcedo Saldaña (analista senior)  
Paula Alejandra González Díaz (analista)  
Luis Alfonso Luna Espíndola (analista)

## Tabla de contenido

1. Introducción .....	3
2. Datos utilizados.....	5
Datos entre 1987 y 1993: .....	6
Datos entre 1994 y 2025: .....	6
3. Pruebas de estacionariedad .....	8
3.1 PIB nominal .....	8
3.2 Recaudo no petrolero distinto a cuotas.....	9
3.3 Recaudo no petrolero cuotas.....	9
4. Estimación de las elasticidades de recaudo tributario .....	11
4.1 Estimación elasticidad recaudo no petrolero de cuotas a PIB.....	11
4.2 Estimación elasticidad recaudo no petrolero distinto a cuotas .....	13
4.3 Resumen de las elasticidades estimadas .....	15
4.4 Diagnósticos.....	15
5. Ejercicios complementarios .....	17
5.1 Selección del número de rezagos de la variable dependiente .....	17
5.2 Estabilidad Leave-One-Out (LOO).....	17
5.3 Variable dummy.....	17
6. Elasticidad de largo plazo .....	18
7. Conclusiones .....	19
8. Bibliografía.....	20
9. Anexos.....	22
Anexo A. Series en logaritmos .....	22
Anexo B. Pruebas de estacionariedad — Detalle del procedimiento secuencial.....	23
B.1 PIB nominal .....	23
B.2 Recaudo no petrolero distinto a cuotas.....	24
B.3 Recaudo no petrolero cuotas.....	25
Anexo C. Justificación de la dummy $D(2000)$ en cuotas - resuelve no-normalidad de los residuales.....	27
Anexo D. Estimaciones por MCO .....	28
Anexo E. Diagnósticos residuales gráficos - residuales se comportan como ruido blanco normal .....	30

## 1. Introducción

La regla fiscal de Colombia es un instrumento legal e institucional diseñado para facilitar la sostenibilidad de largo plazo de las finanzas públicas y la estabilidad macroeconómica del país. Se enfoca en imponer límites simultáneos al déficit primario y al endeudamiento público neto del Gobierno Nacional Central (GNC), y busca evitar que este último se torne insostenible. La Ley 2155 de 2021, que modificó a la Ley 1473 de 2011, establece el valor mínimo que tomará el balance primario neto estructural (BPNE) del GNC para cada vigencia en función del nivel de la deuda neta que se observe en la vigencia anterior. A su vez, la Ley define el BPNE como el balance primario neto del GNC que excluye el efecto de las Transacciones de Única Vez (TUV), el ciclo petrolero y el ciclo económico.

Lo anterior implica que los ingresos y gastos del GNC se ajustan por el ciclo económico y por eventos extraordinarios para determinar un déficit primario estructural compatible con la tendencia de largo plazo. De acuerdo con ello, el Decreto 1717 de 2021 define el ciclo económico como el “efecto sobre el recaudo tributario no petrolero derivado de la diferencia entre el PIB real y el PIB tendencial, y de la elasticidad de recaudo a PIB”, de la siguiente forma:

### Ecuación 1

$$CE_t = \left[ 1 - \left( \frac{Y_{t-1}^*}{Y_{t-1}} \right)^{\epsilon_{cuotas}} \right] * RT_{t,cuotas} + \sum_i \left[ 1 - \left( \frac{Y_t^*}{Y_t} \right)^{\epsilon_{i,no\ cuotas}} \right] * RT_{i,t,no\ cuotas}$$

Donde,  $i$  denota cada uno de los impuestos no-petroleros diferentes a las cuotas del impuesto de renta;  $t$  es el año de análisis;  $RT_{t,cuotas}$  es el recaudo tributario no-petrolero correspondiente a cuotas del impuesto de renta;  $RT_{i,t,no\ cuotas}$  es el recaudo tributario no-petrolero diferente a las cuotas del impuesto de renta;  $Y_t^*$  es el PIB tendencial;  $Y_t$  es el PIB real;  $\epsilon_{cuotas}$  es la elasticidad al PIB del recaudo tributario no-petrolero correspondiente a cuotas del impuesto de renta; y  $\epsilon_{i,no\ cuotas}$  es la elasticidad al PIB del recaudo tributario no-petrolero diferente a las cuotas del impuesto de renta.

De acuerdo con la Ecuación 1, para el cálculo del ciclo económico se requiere estimar el PIB tendencial y las elasticidades de recaudo tributario, dado que el PIB real y el recaudo tributario no-petrolero son observables. La metodología de estimación del ciclo económico contemplada en el Decreto 1717 de 2021 establece que el Comité Autónomo de la Regla Fiscal (CARF) deberá estimar la senda de PIB tendencial y determinar las elasticidades de recaudo a PIB, y deberá enviarlos al Ministerio de Hacienda y Crédito Público (MHCP) cada año (antes del 30 de abril) para el cálculo del ciclo económico.

Teniendo en cuenta lo anterior, este documento actualiza las elasticidades de recaudo tributario ante fluctuaciones del PIB requeridas para el cálculo del ciclo económico de 2026 en adelante. La última actualización se llevó a cabo en 2025<sup>1</sup>.

En vista de los resultados obtenidos a partir de las pruebas estadísticas realizadas a las series, se adopta un modelo por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) dinámico donde el rezago de la variable dependiente se incluye como regresor explícito. En 2025 el CARF utilizó un modelo de Mínimos Cuadrados Generalizados Factibles (MCGF) con un componente AR(1) -es decir un

<sup>1</sup> Ver Documento Técnico CARF de “Actualización de la Estimación de las Elasticidades de Recaudo Tributario a PIB” del 5 de mayo de 2025 [aquí](#).

término rezagado del error- para corregir por autocorrelación serial. Sin embargo, cabe la posibilidad de que la autocorrelación serial evidenciada en 2025 se debiera a la presencia de una variable omitida, que es mejor corregir incluyendo variables explicativas relevantes. En la actualización de la estimación de las elasticidades del recaudo se transitó a un MCO dinámico y al incluir el rezago de la variable explicativa se eliminó el problema de autocorrelación serial de forma más adecuada. En el caso del modelo de cuotas, se incluye una variable *dummy* para el año 2000, que corresponde a valores atípicos asociados a la crisis económica de 1999. Las elasticidades calculadas serán utilizadas hasta que la brecha del producto sea nula (estado estacionario), momento a partir del cual convergería a 1, en línea con la teoría y la literatura consultada<sup>2</sup>.

Además, en este ejercicio se realizan diferentes análisis de robustez que no se incluían en documentos anteriores: selección del número de rezagos óptimos de la variable dependiente, análisis de influencia Leave-One-Out (LOO) y evaluación de quiebre estructural en cuotas.

El Cuadro 1 presenta las estimaciones del CARF desde 2022. Las elasticidades para 2026 son consistentes con los resultados obtenidos en años previos en términos generales.

**Cuadro 1. Estimaciones históricas de elasticidades CARF 2022–2026**

Año	No-cuotas	Cuotas	Metodología
CARF 2022	1,179	1,073	GLS
CARF 2023	1,174	1,092	GLS
CARF 2024	1,185	0,793	Engle & Yoo (3 etapas)
CARF 2025	1,175	1,054	GLS-AR (1)
<b>CARF 2026</b>	<b>1,157</b>	<b>1,031</b>	<b>MCO dinámico</b>

Fuente: Cálculos CARF.

Adicional a esta introducción, el documento se ha estructurado de la siguiente forma: la sección dos describe los datos utilizados; la sección tres presenta las pruebas de estacionariedad; la cuatro describe la metodología de estimación de las elasticidades y sus resultados; la cinco presenta ejercicios complementarios de robustez y discute la inclusión de la variable *dummy*; la seis presenta la aproximación teórica a la elasticidad de largo plazo; la siete concluye. Se incluyen además los anexos de las secciones previamente mencionadas.

<sup>2</sup> Ver por ejemplo, Arend et al. (2021).

## 2. Datos utilizados

Formalmente, las elasticidades se definen como la respuesta porcentual del recaudo tributario ante un cambio de 1 punto porcentual (pp) en el PIB nominal:

*Ecuación 2*

$$\epsilon_{T_j,Y} = \frac{\partial T_j / T_j}{\partial Y / Y}$$

Donde  $\epsilon_{T_j,Y}$  indica el incremento porcentual del recaudo tributario del impuesto  $j$  ante un incremento de 1% en el PIB.

De acuerdo con lo establecido en la ecuación del ciclo económico, estas elasticidades se deben distinguir entre cuotas y no-cuotas, debido a las propiedades específicas que tiene cada tipo de recaudo. La elasticidad correspondiente al recaudo de cuotas se refiere al cambio en el recaudo derivado del impuesto de renta (sin incluir retenciones) frente a cambios en la dinámica del PIB del periodo inmediatamente anterior. La razón de esta relación rezagada es que las cuotas de renta se pagan sobre la actividad productiva realizada en la vigencia previa. Por su parte, la elasticidad del recaudo obtenido a través del resto de tributos no petroleros (no-cuotas) corresponde al aumento en los ingresos de esos impuestos en respuesta a incrementos de 1 pp en la actividad productiva contemporánea. Este componente incluye, entre otros, retenciones del impuesto de renta, IVA interno y externo, Gravamen a los Movimientos Financieros (GMF), SIMPLE, aranceles, impuesto al consumo, impuesto al carbono, etc.

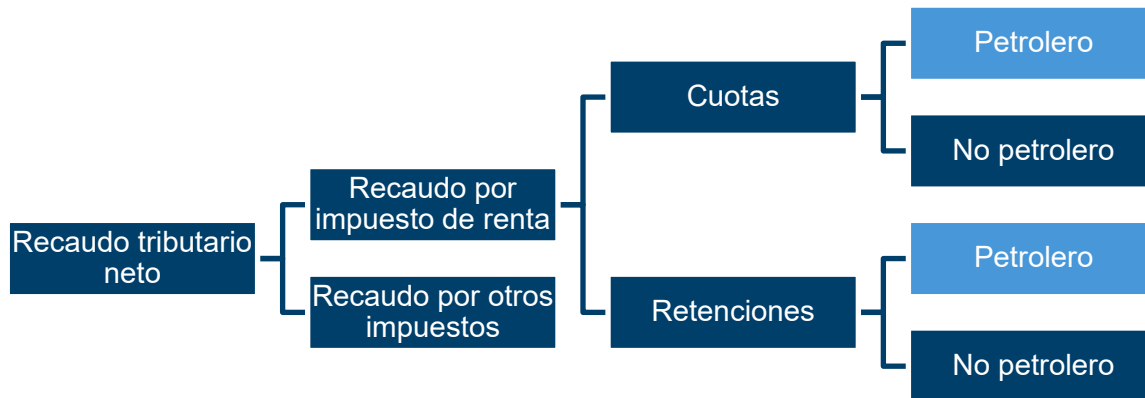
Para el cálculo de las elasticidades del recaudo tributario ante fluctuaciones del PIB es necesario obtener el recaudo neto no petrolero, separando el componente correspondiente a cuotas del impuesto de renta del resto del recaudo sin petróleo. Las cifras de recaudo tributario tienen dos tipos de agregación, bruto y neto. El recaudo bruto incluye el valor total de los impuestos recaudados por la autoridad tributaria, sin importar si estos se recaudan en efectivo o en Títulos de Devolución de Impuestos (TIDIS)<sup>3</sup>. La Dirección de Impuestos y Aduanas Nacionales (DIAN) es la entidad encargada de publicar la información del recaudo bruto por cada tipo de impuesto.

Por su parte, el recaudo neto se obtiene al descontar del recaudo bruto el valor recaudado en TIDIS y las devoluciones en efectivo. El MHCP publica información del recaudo neto en sus estadísticas fiscales, que son las cifras sobre las cuales se aplica la regla fiscal, sin embargo, no hace la desagregación por sector económico. En ese sentido, para el cálculo de las elasticidades se requiere identificar el impuesto de renta del sector petrolero neto, desagregado entre cuotas y retenciones, y posteriormente restarlo a los componentes de cuotas y retenciones del recaudo neto total ([Gráfica 1](#)).

---

<sup>3</sup> Cuando un gran contribuyente tiene derecho a una devolución de impuestos, ya sea porque le realizaron retenciones por un valor superior al valor de la obligación a pagar, o porque tiene derecho a una devolución de un impuesto (Ej.: el IVA en insumos de bienes exportados), la DIAN no le devuelve el dinero, sino que le paga en TIDIS. Estos son títulos negociables en el mercado de valores y posteriormente pueden ser utilizados por los contribuyentes para honrar sus obligaciones tributarias con la DIAN.

**Gráfica 1. Identificación del recaudo neto no petrolero**



Fuente: Elaboración CARF.

A continuación, se describe la metodología para la construcción de las series de recaudo neto no petrolero desde 1987 a 2025, para lo cual fue necesario emplear dos fuentes de información:

### Datos entre 1987 y 1993:

Toda vez que no existen datos históricos publicados por el MHCP del recaudo neto para este periodo, se tomaron los datos de recaudo tributario neto total de Junguito y Rincón (2004)<sup>4</sup>. Posteriormente, se aplicaron los siguientes cálculos: (i) se usó la proporción observada de cuotas y retenciones del recaudo bruto publicado por la DIAN para desagregar el impuesto de renta neto entre cuotas y retenciones; (ii) para el impuesto de renta del sector petrolero, se partió del recaudo de renta de Ecopetrol asumiendo que su participación era 50% en el sector (proporción observada en promedio entre 1994-1998); (iii) se asumió que las cuotas petroleras pesaban 90% (valor similar al promedio observado entre 1994 y 1998); y (iv) el recaudo petrolero por cuotas y retenciones se restó al recaudo neto total, obteniendo así las series de recaudo neto no petrolero de cuotas y resto de impuestos.

### Datos entre 1994 y 2025:

Se utilizaron los datos de recaudo bruto publicados por la DIAN y los datos de recaudo neto publicados por el MHCP. Para obtener el recaudo neto no petrolero se realizaron los siguientes cálculos: i) se obtuvo la información de los sectores de extracción de petróleo crudo y gas de los agregados de las declaraciones tributarias del impuesto de renta de personas jurídicas para los años 1994 a 2025<sup>5</sup>; ii) para obtener el recaudo neto del sector, se calculó el recaudo en papeles y devoluciones como la diferencia entre el saldo a favor en el año gravable t-1 menos el renglón

<sup>4</sup> “La política fiscal en el siglo XX en Colombia”, disponible en este [link](#).

<sup>5</sup> A) Periodo 1994-2016: las cuotas se calculan como la diferencia entre el renglón de impuesto a cargo (FU) menos el renglón de retenciones. B) Periodo 2017-2024: para obtener de estos agregados el dato del impuesto de renta por cuotas de la vigencia se tomó el valor del renglón “Total saldo a pagar” de t-1 y para retenciones el rubro de “Total retenciones año gravable a declarar” de t. Con estos dos valores se calculó el recaudo bruto del sector petrolero de la vigencia t. Para los años en los que operó el CREE se sumó el valor de sus cuotas y retenciones al recaudo de renta por los mismos conceptos. Los datos de 2025 corresponden a cifras preliminares de balance suministradas por el Ministerio de Hacienda. El PIB nominal 2024 fue revisado por el DANE (+0,47% respecto del dato preliminar utilizado en 2025).

de saldo a favor en el año gravable  $t$ . El resultado anterior se restó del valor de cada componente del recaudo bruto del sector (cuotas y retenciones), aplicando la participación de cada rubro sobre el recaudo bruto; y iii) los datos de renta petrolera neta, por cuotas y retenciones, se restan del recaudo total para obtener los datos de recaudo neto no petrolero.

La serie de PIB nominal para el periodo de 1986 a 2025 se tomó de la serie de cuentas nacionales anuales del DANE, retropolación base 2015. La muestra utilizada tiene 40 observaciones (una más que en 2025)<sup>6</sup>.

---

<sup>6</sup> En el modelo de cuotas se pierde una observación por el rezago del PIB, resultando en 39 observaciones efectivas.

### 3. Pruebas de estacionariedad

En esta sección se describen las pruebas estadísticas de estacionariedad<sup>7</sup> realizadas sobre las series, en logaritmos naturales, de PIB nominal, recaudo neto no-petrolero distinto a cuotas (no cuotas) y recaudo neto no-petrolero de cuotas. Cuando las series son estacionarias pueden realizarse estimaciones a través de MCO o MCGF. En vista del tamaño muestral (entre 39 y 40 observaciones), para efectos de este documento se trabajó al 10% de confianza en todas las pruebas<sup>8</sup>.

Con el fin de elegir el modelo correcto de Dickey-Fuller (DF) y determinar si las series tienen raíz unitaria, de acuerdo con Enders (2004)<sup>9</sup>, se aplican pruebas sobre la primera diferencia del logaritmo de cada serie ( $\Delta y_t$ ) en función de un intercepto ( $a_0$ ), una tendencia determinística ( $\alpha_2 t$ ), el rezago de orden uno ( $y_{t-1}$ ) y los rezagos de su primera diferencia ( $\Delta y_{t-i}$ ):

#### *Ecuación 3*

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \alpha_2 t + \beta_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \beta_p \Delta y_{t-i} + \epsilon_t$$

Se siguió un procedimiento secuencial para determinar la presencia de raíz unitaria en las series. En primer lugar, se estimó la especificación más general de la prueba de Dickey-Fuller aumentada, que incluye intercepto, tendencia determinística, rezago de la serie y rezagos de la primera diferencia, y se contrastó la hipótesis nula de raíz unitaria ( $H_0: \gamma = 0$ ). A continuación, se evaluó la significancia de los rezagos de la primera diferencia. Cuando ninguno resultó significativo, se utilizó la prueba de Dickey-Fuller sin rezagos de la primera diferencia, que tiene máxima potencia<sup>10</sup>. Se verificó que los residuos del modelo no presentaran autocorrelación mediante la prueba Breusch-Godfrey (BG) y que fueran estacionarios mediante la prueba Dickey-Fuller sin rezagos sobre los residuos. Posteriormente, se evaluó la relevancia de la tendencia determinística mediante pruebas conjuntas sobre los parámetros del modelo. De no ser significativa, se reestimó el modelo sin tendencia. Con base en estos resultados, se seleccionó la forma funcional adecuada de la prueba (con o sin tendencia, con o sin intercepto y con o sin determinísticos) y se contrastó la hipótesis de raíz unitaria utilizando la estadística  $\tau$  correspondiente a cada especificación. Para las series donde la prueba DF no rechazó  $H_0$ , se aplicó la prueba de Zivot-Andrews para descartar una posible estacionariedad oculta por quiebres estructurales. El detalle completo del procedimiento secuencial para cada serie se presenta en el Anexo B.

#### 3.1 PIB nominal

Se encontró que la tendencia, el intercepto y el rezago del logaritmo del PIB nominal son significativos al 10%, y ninguno de los rezagos de la primera diferencia resultó significativo ([Cuadro 17 del Anexo B](#)). Por tanto, se realizó la prueba DF con tendencia, intercepto y el rezago del logaritmo del PIB nominal ([Cuadro 18 del Anexo B](#)), se analizaron los residuos ([Cuadros 19](#)

---

<sup>7</sup> Para que una serie sea estacionaria, es necesario que presente media, varianza y autocorrelación constantes en el tiempo. Estas pruebas son necesarias para evitar que las regresiones sean espurias, es decir, que reflejen relaciones estadísticas engañosas entre dos o más variables (en el sentido de que no tienen una relación económica, pero presentan una correlación debido a la presencia de tendencias estocásticas similares).

<sup>8</sup> Lo anterior es consistente con el criterio adoptado por el CARF en documentos técnicos previos.

<sup>9</sup> Una revisión actualizada se encuentra en Enders (2015), página 206.

<sup>10</sup> Al no incluir rezagos adicionales, la prueba conserva grados de libertad y aumenta su capacidad de rechazar la hipótesis nula cuando es falsa.

y 20 del Anexo B) y se concluyó que la serie de logaritmo natural del PIB nominal es estacionaria (Cuadro 2).

La tendencia es significativa ( $p = 0,0403$ ). Este resultado es más concluyente que el obtenido en 2025 ( $\tau = -4,2869$ , que rechazaba entre el 1% y 5%). El CARF reitera que el resultado de que el PIB nominal es estacionario es contraintuitivo<sup>11</sup>.

**Cuadro 2. Prueba Dickey-Fuller con constante, con tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — Logaritmo del PIB nominal**

Estadística $\tau$	Valor crítico al 10%	Valor crítico al 1%
-4,4849	-3,18	-4,15

Fuente: Cálculos CARF.

### 3.2 Recaudo no petrolero distinto a cuotas

Se evaluó la regresión ADF (con tendencia, intercepto, el rezago del logaritmo del recaudo no petrolero distinto a cuotas y los rezagos de la primera diferencia) y se encontró que ninguno de los rezagos de la primera diferencia es significativo (Cuadro 21 del Anexo B). Se procedió a evaluar la regresión sin rezagos de la primera diferencia y la tendencia resultó no significativa (Cuadro 22 del Anexo B). Por tanto, se reestimó el DF solo con intercepto y rezago del logaritmo del recaudo no petrolero distinto a cuotas, los cuales resultaron ser significativos (Cuadro 23 del Anexo B). Los residuales de esta regresión resultaron no estar autocorrelacionados y son ruido blanco (Cuadros 24 y 25 del Anexo B).

Con base en la prueba DF con intercepto, sin tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia, la serie del logaritmo del recaudo no-cuotas es estacionaria al 1% de significancia (Cuadro 3).

**Cuadro 3. Prueba Dickey-Fuller con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — Logaritmo del recaudo no petrolero distinto a cuotas**

Estadística $\tau$	Valor crítico al 10%	Valor crítico al 1%
-6,782	-2,60	-3,58

Fuente: Cálculos CARF.

### 3.3 Recaudo no petrolero cuotas

Se evaluó la regresión ADF con tendencia, intercepto, el rezago del logaritmo del recaudo no petrolero de cuotas y los rezagos de la primera diferencia, y se encontró que ninguno de los rezagos de la primera diferencia es significativo en la regresión (Cuadro 26 del Anexo B). Se

<sup>11</sup> El resultado es contraintuitivo, ya que el PIB nominal refleja tanto el crecimiento real como la evolución de los precios, dos componentes que usualmente son no estacionarios.

eliminaron dichos rezagos y en la nueva regresión tanto el intercepto, como la tendencia y el rezago de la variable son significativos (Cuadro 27 del Anexo B), y los residuales son ruido blanco (Cuadros 28 y 29 del Anexo). Así, se realizó la prueba DF con constante, con tendencia, con rezago de la variable y 1 rezago de la primera diferencia.

La prueba DF no rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria al 10% ( $\tau = -2,6396$ , valor crítico al 10% =  $-3,18$ ) (Cuadro 30 del Anexo). Dado que la prueba DF puede perder potencia en presencia de quiebres estructurales (cambios en el nivel o la tendencia de la serie en un punto desconocido del tiempo), se realizó la prueba de Zivot-Andrews, que testea raíz unitaria permitiendo un quiebre endógeno en intercepto y tendencia (Cuadro 4).

Con base en esta prueba, la serie del logaritmo del recaudo de cuotas es estacionaria al 10% de significancia<sup>12</sup>. Este resultado es consistente con la decisión adoptada en 2025 ( $ZA = -4,3829$ ).

**Cuadro 4. Prueba Zivot-Andrews con intercepto, tendencia y rezago de la variable — Logaritmo del recaudo no petrolero cuotas**

Estadístico Zivot-Andrews	Valor crítico al 10%	Quiebre detectado
-4,3829	-4,26	2003

Fuente: Cálculos CARF.

<sup>12</sup> El estadístico se compara con el valor crítico al 10% de  $-4,26$  reportado por EViews, consistente con el criterio adoptado por el CARF en 2025.

## 4. Estimación de las elasticidades de recaudo tributario

### 4.1 Estimación elasticidad recaudo no petrolero de cuotas a PIB

Dado que tanto las series del logaritmo del recaudo no petrolero de cuotas como del PIB nominal son estacionarias, se estimó un modelo por MCO de la forma:

#### Ecuación 4

$$\ln T_t^C = \beta_0^C + \beta_1^C \ln Y_{t-1} + \epsilon_t^C$$

Donde  $T_t^C$  es el recaudo no petrolero de cuotas en el año  $t$ ,  $Y_{t-1}$  es el PIB nominal del año anterior (dado que las cuotas gravan la actividad productiva de la vigencia previa),  $\beta_0^C$  es el intercepto,  $\beta_1^C$  es la elasticidad del recaudo de cuotas a PIB, y  $\epsilon_t^C$  es el término de error.

Los resultados se encuentran en el [Cuadro 31 del Anexo D](#). La prueba de Breusch-Godfrey aplicada a los errores indica que presentan autocorrelación de primer orden ( $p = 0,0037$ ; [Cuadro 32 del Anexo](#)), por lo que se estimó un modelo por MCO dinámico (que incluye el rezago de la variable dependiente) con el objetivo de corregir el problema de posible variable omitida (autocorrelación serial):

#### Ecuación 5

$$\ln T_t^C = \beta_0^C + \beta_1^C \ln Y_{t-1} + \varphi^C \ln T_{t-1}^C + \gamma^C D_t + \epsilon_t^C$$

Donde los términos son los mismos de la Ecuación 4, excepto que ahora  $\beta_1^C$  es el multiplicador de impacto del PIB al recaudo de cuotas,  $\varphi^C$  es el componente autorregresivo del recaudo no petrolero de cuotas, y una *dummy*  $D_t = 1$  si  $t \in \{2000\}$  y 0 en otro caso<sup>13</sup>.

El uso de un modelo de MCO dinámico presenta ventajas frente al MCGF con errores AR(1), ya que incorpora explícitamente la dinámica del recaudo en lugar de corregir la autocorrelación únicamente a través del término de error. Adicionalmente, el MCO dinámico contiene al MCGF AR(1) como un caso particular cuando se cumple la restricción de factor común, lo que implica que la dinámica en los rezagos es equivalente a la autocorrelación en los errores.

Los resultados de esta estimación se presentan en el [Cuadro 5](#).

**Cuadro 5. Resultados de la regresión por MCO dinámico — Cuotas**

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
$\beta_0^C$	-3,3873	0,7529	-4,499	0,0001
$\ln Y_{t-1}$	<b>0,7427</b>	0,1149	6,463	0,0000
$\ln T_{t-1}^C$	0,2799	0,1036	2,702	0,0105
$D(2000)$	-1,3987	0,1988	-7,035	0,0000

$N = 39$ . Estimación por MCO.  $\sigma = 0,2139$ . BIC = 4,46.

Fuente: Cálculos CARF.

<sup>13</sup> Ver sección 5.3 en este documento.

Todos los coeficientes son significativos al 1%. La dummy ( $\gamma = -1,399$ ) captura la caída atípica de 2000.

La elasticidad se obtiene como el multiplicador dinámico:

$$\text{Elasticidad} = \frac{\beta_1}{1 - \varphi} = \frac{0,7427}{1 - 0,2799} = 1,0314$$

En esta regresión los residuales ya no están autocorrelacionados, como se evidencia en el Cuadro 6.

**Cuadro 6. Prueba de Breusch-Godfrey para los residuos de la regresión del Cuadro 5**

Orden	Estadístico F	p Valor
1	3,8455	0,058 <sup>14</sup>
2	1,8809	0,168
3	1,2190	0,319
4	0,9078	0,472
5	0,9027	0,492
6	0,9182	0,496
7	1,1168	0,380
8	1,4002	0,241
9	1,2329	0,318
10	1,0671	0,422

Fuente: Cálculos CARF.

Los residuales son normales según ambas pruebas de normalidad (Cuadro 7). La inclusión de la *dummy*  $D(2000)$  resuelve el problema de no-normalidad que se observaba en el modelo sin dummies (donde Jarque-Bera arrojaba  $p = 0,000$ ), lo cual respalda la inferencia paramétrica.

<sup>14</sup> En la prueba de Breusch–Godfrey, la versión F para autocorrelación serial de primer orden arroja un p-valor de 0,058. En consecuencia, no se rechaza la hipótesis nula de ausencia de autocorrelación al nivel de significancia del 5%, aunque sí hay evidencia débil o marginal al 10%. Asimismo, para los contrastes de orden 2 a 10, no se rechaza la hipótesis nula de no autocorrelación serial. Se utiliza la versión F, como sugiere Kiviet (1986), por ser más adecuada en muestras finitas.

**Cuadro 7. Pruebas de normalidad para los residuos — Cuotas**

Prueba	Estadística	Probabilidad
Jarque-Bera	0,465	0,7924
Cramér-von Mises (W2)	0,029	0,8497

$H_0$ : Los residuos son normales. Ambas pruebas rechazan al 10%. Fuente: Cálculos CARF.

La estimación puntual de la elasticidad de cuotas ante variaciones de 1% en el PIB rezagado un periodo es de **1,0314**, con el intervalo de confianza al 90% del [Cuadro 8](#).

**Cuadro 8. Elasticidad de las cuotas de renta a PIB**

Cota inferior (90%)	Estimación puntual	Cota superior (90%)
0,9807	1,0314	1,0821

Fuente: Cálculos CARF.

## 4.2 Estimación elasticidad recaudo no petrolero distinto a cuotas

Como se mostró en la sección previa, tanto el logaritmo del recaudo no-cuotas como el del PIB nominal son estacionarios. Dado lo anterior, se estimó primero un modelo por MCO ([Cuadro 33 del Anexo B](#)), cuyos errores presentan autocorrelación ( $p < 0,0001$ ; [Cuadro 34 del Anexo D](#)). Teniendo en cuenta lo anterior se estimó el modelo MCO dinámico<sup>15</sup>:

### Ecuación 6

$$\ln T_t^R = \beta_0^R + \beta_1^R \ln Y_t + \varphi^R \ln T_{t-1}^R + \epsilon_t^{2R}$$

Donde  $T_t^R$  es el recaudo no petrolero distinto a cuotas en el año  $t$ ,  $Y_t$  es el PIB nominal,  $\beta_0^R$  es el intercepto,  $\beta_1^R$  es el multiplicador de impacto del PIB al recaudo distinto a cuotas,  $\varphi^R$  es el componente autorregresivo del recaudo no petrolero distinto a cuotas y  $\epsilon_t^{2R}$  es el término de error.

Los resultados se presentan en el [Cuadro 9](#).

<sup>15</sup> Como ejercicio complementario de robustez, este año el CARF realizó el ejercicio de desagregar la elasticidad del recaudo No-Cuotas en tres componentes (“IVA y consumo”, “Externos” y “Otros” -retefuente renta no petrolera + resto). Sin embargo, se decidió estimar una sola elasticidad agregada para el recaudo no petrolero distinto a cuotas debido a tres consideraciones técnicas: i) tamaño muestral: las series desagregadas están disponibles desde 1994 (32 observaciones solamente), mientras que la serie agregada cubre desde 1987 (40 observaciones), por lo que las pruebas de raíz unitaria y la inferencia paramétrica son más potentes con la serie agregada; ii) consistencia verificada: el ejercicio SUR desagregado arroja un promedio ponderado de 1,148, cercano a la elasticidad agregada de 1,157, lo que indica que el sesgo de agregación, si es que existe, es cuantitativamente marginal; y, iii) continuidad metodológica: el CARF ha estimado dos elasticidades agregadas (cuotas y no-cuotas) desde 2022, en línea con la estructura del Decreto 1717 de 2021.

**Cuadro 9. Resultados de la regresión por MCO Dinámico — No-cuotas**

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
$\beta_0^R$	-3,7406	0,6078	-6,155	0,0000
$\beta_1^R \ln Y_t$	0,8099	0,1040	7,787	0,0000
$\varphi^R \ln T_{t-1}^R$	0,2999	0,0840	3,571	0,0010

$N = 39$ . Estimación por MCO.  $\sigma = 0,0497$ . BIC = -111,95.

Fuente: Cálculos CARF.

Todos los coeficientes son significativos al 1%. La elasticidad se obtiene como el multiplicador dinámico:

$$\text{Elasticidad} = \frac{\beta_1}{1 - \varphi} = \frac{0,8099}{1 - 0,2999} = 1,1568$$

Los residuales no están autocorrelacionados (Cuadro 10).

**Cuadro 10. Prueba de Breusch-Godfrey para los residuos de la regresión del Cuadro 10**

Orden	Estadístico F	p Valor
1	2,0291	0,163
2	1,0878	0,348
3	0,7427	0,534
4	0,5796	0,680
5	0,4497	0,810
6	0,3627	0,897
7	0,3264	0,936
8	0,3791	0,923
9	0,5324	0,838
10	0,4638	0,898

Fuente: Cálculos CARF.

Las pruebas de normalidad (Cuadro 11) no rechazan la hipótesis nula: Jarque-Bera ( $p = 0,583$ ) y Cramér-von Mises ( $p = 0,602$ ) indican que los residuales son normales, lo cual respalda la inferencia paramétrica basada en intervalos de confianza.

**Cuadro 11. Pruebas de normalidad para los residuos — No-cuotas**

Prueba	Estadística	Probabilidad
Jarque-Bera	1,080	0,5828
Cramér-von Mises (W2)	0,044	0,6016

$H_0$ : Los residuales son normales. JB no rechaza al 10%; CvM no rechaza al 10%. Fuente: Cálculos CARF.

La estimación puntual de la elasticidad del resto de impuestos a PIB es **1,1568** (Cuadro 12). Este resultado es ligeramente inferior al obtenido en 2025 (1,1746).

**Cuadro 12. Elasticidad del resto de impuestos a PIB**

Cota inferior (90%)	Estimación puntual	Cota superior (90%)
1,1366	1,1568	1,1770

Fuente: Cálculos CARF.

### 4.3 Resumen de las elasticidades estimadas

El Cuadro 13 resume los resultados. De manera indicativa, la elasticidad promedio ponderado del recaudo total se estima en **1,140**<sup>16</sup>.

**Cuadro 13. Resumen de las elasticidades estimadas — CARF 2026**

Recaudo	CARF 2025	CARF 2026	IC 90%	Cambio
Cuotas	1,054	1,031	[0,981; 1,082]	-0,023
No-cuotas	1,175	1,157	[1,137; 1,177]	-0,018
<b>Promedio ponderado</b>	<b>1,159</b>	<b>1,140</b>		<b>-0,019</b>

CARF 2025 utilizó MCGF-AR(1). CARF 2026 utiliza MCO dinámico. Los cambios reflejan tanto la actualización de datos como el cambio metodológico. Fuente: Cálculos CARF.

### 4.4 Diagnósticos

Los diagnósticos post-estimación confirman la validez de ambos modelos<sup>17</sup>. En no-cuotas, los residuales no presentan autocorrelación serial (Breusch-Godfrey  $p = 0,163$  en lag 1 y  $p = 0,810$  en lag 5), son estacionarios (DF rechaza raíz unitaria) y son normales (Jarque-Bera  $p = 0,415$ ; Cramér-von Mises  $p = 0,107$ ). En cuotas, los residuales tampoco presentan autocorrelación ( $p = 0,754$  y  $p = 0,815$ ), ambas pruebas de normalidad no se rechazan (Jarque-Bera  $p = 0,792$ ; Cramér-von Mises  $p = 0,850$ ). Estos resultados son consistentes con los obtenidos por el CARF en 2025.

<sup>16</sup> La participación promedio del recaudo no-cuotas sobre el total del recaudo no petrolero entre 1986 y 2025 fue de 87%, y la respectiva participación de cuotas fue de 13%.

<sup>17</sup> El CARF realizó pruebas de robustez para evaluar la inclusión de variables de control, sin embargo, los resultados de las evaluaciones formales no soportan la inclusión de las variables evaluadas. Se realizaron dos evaluaciones formales: i) Dummies de política tributaria: se aplicaron tres métodos de selección de variables —Stepwise, LASSO (Tibshirani, 1996) y Elastic Net— para evaluar la inclusión de dummies asociadas a reformas tributarias. Aunque Stepwise selecciona la interacción de la Ley 1819 de 2016 en no-cuotas, LASSO y Elastic Net no la validan, por lo que el modelo base sin dummies de política se mantiene como la especificación apropiada; ii) Variables externas: se evaluaron 26 variables candidatas a variable omitida (inflación, tasa de desempleo, precio del petróleo, depreciación nominal, apertura comercial  $(X+M)/Y$ , importaciones/PIB, tasa de cambio nominal y real, entre otras) y ninguna mejora sistemáticamente el modelo base por criterios de BIC, significancia del coeficiente o diagnósticos de los residuales.

**Cuadro 14. Batería de diagnósticos post-estimación (p-valores)**

Test		H0	No-cuotas		Cuotas	
			2025	2026	2025	2026
2025	2026					
Ljung-Box (lag 1)	Breusch-Godfrey (1)	No autocorrelación	0.518	0,163	0,754	0,058**
Ljung-Box (lag 2)	Breusch-Godfrey (2)	No autocorrelación	0.714	0,348	0,950	0,168
Ljung-Box (lag 3)	Breusch-Godfrey (3)	No autocorrelación	0.645	0,534	0,928	0,319
Ljung-Box (lag 4)	Breusch-Godfrey (4)	No autocorrelación	0.79	0,680	0,960	0,472
Ljung-Box (lag 5)	Breusch-Godfrey (5)	No autocorrelación	0.842	0,810	0,815	0,492
Ljung-Box (lag 6)	Breusch-Godfrey (6)	No autocorrelación	0.872	0,897	0,896	0,496
Ljung-Box (lag 7)	Breusch-Godfrey (7)	No autocorrelación	0.871	0,936	0,904	0,380
Ljung-Box (lag 8)	Breusch-Godfrey (8)	No autocorrelación	0.799	0,923	0,244	0,241
Ljung-Box (lag 9)	Breusch-Godfrey (9)	No autocorrelación	0.864	0,838	0,204	0,318
Ljung-Box (lag 10)	Breusch-Godfrey (10)	No autocorrelación	0.785	0,898	0,211	0,422
Jarque-Bera		Normalidad	0,435	0,583	0,000*	0,792
Cramér-von Mises		Normalidad	0,151	0,602	0,001*	0,850

\*Rechaza al 10%. 2025: N=39, MCGF-AR(1). 2026: N=39, MCO dinámico (no-cuotas sin controles, cuotas con  $D(2000)$ ). \*\*El estadístico F de Breusch-Godfrey de primer orden arroja un p-valor de 0,058, que no rechaza al 5%. Se utilizó la versión F (Kiviet, 1986), más apropiada en muestras finitas. Se evaluaron varios rezagos adicionales de la variable dependiente sin que estos corrigieran; rezagos del PIB sí corrigen, pero no son individualmente significativos. Se mantiene la especificación base por parsimonia y porque la prueba F no rechaza al 5%.

Fuente: Cálculos CARF.

## 5. Ejercicios complementarios

### 5.1 Selección del número de rezagos de la variable dependiente

Se evaluaron tres especificaciones para el número de rezagos de la variable dependiente en el modelo MCO dinámico (Cuadro 15). Un rezago es óptimo por BIC para ambos modelos. El MCO puro (sin rezago) presenta BIC menos negativo, y agregar un segundo rezago no mejora el ajuste.

**Cuadro 15. Selección del orden AR por criterios de información**

Rezagos	AIC (No-cuotas)	BIC (No-cuotas.)	AIC (Cuotas)	BIC (Cuotas)
0	-114,9	-109,9	-6,5	0,2
1	<b>-124,7</b>	<b>-118,0</b>	<b>-11,9</b>	<b>-3,6</b>
2	-122,3	-114,1	-10,1	-0,2

Mejor modelo en negrita. Cuotas incluye dummy  $D(2000)$ . Fuente: Cálculos CARF.

### 5.2 Estabilidad Leave-One-Out (LOO)

Se reestimó cada modelo excluyendo una observación a la vez. El Cuadro 16 presenta el rango de las elasticidades LOO y el cambio máximo. La estimación del modelo de No-cuotas es estable, en ningún año la elasticidad cambia más de 0,78%. Por su parte, la estimación para cuotas muestra que los años más influyentes son 2001 (elasticidad = 1,004, -2,67%), 2023 (elasticidad = 1,014, -1,71%) y 1991 (elasticidad = 1,045, +1,34%). En ningún caso la elasticidad cambia de manera importante lo que da tranquilidad frente a las estimaciones realizadas.

**Cuadro 16. Análisis de influencia Leave-One-Out**

	Rango LOO	Máx. $\Delta$ 2026	Máx. $\Delta$ 2025	Año más influyente
No-cuotas	[1.151; 1.166]	0.78%	0,21%	1987 (+0.78%)
Cuotas	[1.004; 1.045]	2.67%	1,09%	2001 (-2.67%)

Fuente: Cálculos CARF.

### 5.3 Variable dummy

El análisis de residuales estandarizados muestra que la observación del año 2000 de la variable "Recaudo no petrolero de Cuotas" genera un residual superior a dos desviaciones estándar en el modelo sin *dummy*, lo cual provoca el rechazo de la hipótesis de normalidad (Jarque-Bera  $p = 0,000$ ) e invalida la inferencia paramétrica basada en intervalos de confianza. Se incluye una variable *dummy*  $D(2000)$  que toma valor 1 en este año y 0 en los demás. Su inclusión resuelve el problema de no-normalidad (Jarque-Bera pasa a  $p = 0,792$ ; Cramér-von Mises a  $p = 0,850$ ) sin alterar sustancialmente la elasticidad estimada. La *dummy* de 2000 no es significativa en el modelo de no-cuotas ( $p = 0,270$ ), por lo que no se incluye en dicho modelo. El detalle gráfico de la justificación se presenta en el Anexo C. El choque atípico del recaudo de cuotas presentado en el año 2000 (-96,7%) estaría asociado con la crisis financiera y económica de 1999.

## 6. Elasticidad de largo plazo

Teóricamente, en el largo plazo, la elasticidad del recaudo tributario ante fluctuaciones económicas debería tender a ser unitaria (Belinga et al., 2014). El recaudo tributario es una proporción de la actividad productiva que, en estado estacionario, debe ser constante (Arend et al., 2021). En equilibrio, dejan de producirse mejoras en recaudo producto de políticas de administración tributaria, el estatuto tributario deja de presentar modificaciones y, por ende, las variaciones en la actividad productiva se transmiten uno a uno en la ampliación de la base tributaria.

De acuerdo con Dudine y Jalles (2018), si la elasticidad de largo plazo se desviara de uno de manera sostenida, ello implicaría que la relación entre recaudo e impuestos y PIB aumentaría o caería sistemáticamente, aun en ausencia de cambios estructurales, lo cual sería insostenible. Por ello, en condiciones de equilibrio y con políticas tributarias estables, se espera que la respuesta estructural de los ingresos fiscales a cambios en el PIB converja a 1. Por su parte, Belinga et al. (2014) concluyen que en ventanas de tiempo suficientemente amplias las elasticidades promedio de largo plazo de países de la OCDE son prácticamente unitarias.

En línea con lo planteado en 2025 y con base en lo que dicta la teoría y la literatura referenciada, el CARF considera que la elasticidad del recaudo ante variaciones en el PIB debe ser unitaria en ausencia de ciclos económicos. Para efectos prácticos, se supone que a partir del año en el cual la brecha del producto es nula, la elasticidad tanto de cuotas como del resto de impuestos no petroleros converge a uno. Sin embargo, es importante anotar que, desde el punto de vista econométrico, el hecho de que el PIB nominal sea estacionario dificulta la interpretación de elasticidades de largo plazo<sup>18</sup>.

---

<sup>18</sup> Ver Enders (2015, Capítulo 6) y Engle y Granger (1987, p. 259).

## 7. Conclusiones

- Las pruebas de estacionariedad son consistentes con los resultados de 2025. Las tres series siguen la misma ruta del procedimiento secuencial (DF puro, 0 rezagos). El PIB nominal rechaza al 1% (más concluyente respecto de 2025), no-cuotas rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria al 1%, y cuotas no rechaza por DF pero sí por Zivot-Andrews (decisión de borde, igual que en 2025).
- Se adopta la especificación MCO dinámico tanto para el modelo de recaudo de cuotas como el de no cuotas. En ambos modelos se incluye el rezago de la variable dependiente como regresor explícito con el objetivo de corregir la autocorrelación serial de manera más adecuada. Esta formulación captura la inercia del recaudo y permite obtener la elasticidad como el multiplicador dinámico  $\beta/(1 - \varphi)$  (Hamilton, 1994).
- El modelo de cuotas incluye una *dummy*  $D(2000)$  para el choque atípico observado en dicho año. Esta *dummy* resuelve el problema de no-normalidad (Jarque-Bera pasa de  $p = 0,000$  a  $p = 0,792$ ). Para no-cuotas, no se requieren *dummies* ni controles adicionales.
- Las estimaciones de elasticidades de recaudo ante fluctuaciones del PIB son consistentes en términos generales con los resultados obtenidos en años previos por el CARF. La elasticidad de no-cuotas se estima en **1,1568** (cambio de  $-0,018$  respecto de 2025) y la de cuotas en **1,0314** (cambio de  $-0,023$ ). De forma indicativa, el promedio ponderado es 1,140.
- La batería de diagnósticos muestra que los residuales de los modelos no están autocorrelacionados, son estacionarios y son normales en ambos modelos.
- En el largo plazo, entendido como el periodo a partir del cual se prevé una brecha del producto nula, se espera que la elasticidad del recaudo ante cambios en el PIB converja a uno. Lo anterior es consistente con el hecho de que, ante políticas impositivas y de administración tributaria estables, el recaudo representa una fracción constante de la actividad productiva.

## 8. Bibliografía

**Andrews, D.W.K. (1993).**

“Tests for Parameter Instability and Structural Change with Unknown Change Point.” *Econometrica*, 61(4), 821–856.

**Arend, M., Chernin, D. y S. Martino (2021).**

“Estimación de las elasticidades para los ingresos fiscales no mineros del balance estructural en Chile.” Consejo Fiscal Autónomo, Documento de Trabajo N° 2.

**Belinga, V., Benedek, D., de Mooji, R. y J. Norregaard (2014).**

“Tax Buoyancy in OECD Countries.” IMF Working Papers 2014/110.

**Breusch, T.S. y A.R. Pagan (1980).**

“The Lagrange Multiplier Test and its Applications to Model Specification in Econometrics.” *Review of Economic Studies*, 47(1), 239–253.

**CARF (2022).**

“Resultados Estimaciones Elasticidades Corto Plazo.” Documento Técnico, Comité Autónomo de la Regla Fiscal.

**CARF (2023).**

“Resultados Comparativos Elasticidades.” Documento Técnico, Comité Autónomo de la Regla Fiscal.

**CARF (2024).**

“Elasticidades 2024.” Documento Técnico, Comité Autónomo de la Regla Fiscal.

**CARF (2025).**

“Actualización de la Estimación de las Elasticidades de Recaudo Tributario a PIB.” Documento Técnico, Comité Autónomo de la Regla Fiscal.

**Dudine, P. y J.T. Jalles (2018).**

“How Buoyant Is the Tax System? New Evidence from a Large Heterogeneous Panel.” *Journal of International Development*, 30(6), 961–991.

**Enders, W. (2004).**

*Applied Econometric Time Series*, segunda edición. Wiley.

**Enders, W. (2015).**

*Applied Econometric Time Series*, cuarta edición. Wiley.

**Engle, R.F. y C.W.J. Granger (1987).**

“Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing.” *Econometrica*, 55(2), 251–276.

**Hamilton, J.D. (1994).**

*Time Series Analysis*. Princeton University Press.

**Junguito, R. y H. Rincón (2004).**

“La política fiscal en el siglo XX en Colombia.” Borradores de Economía, 318, Banco de la República.

**Pesaran, M.H., Shin, Y. y R.J. Smith (2001).**

“Bounds Testing Approaches to the Analysis of Level Relationships.” *Journal of Applied Econometrics*, 16(3), 289–326.

**Ramsey, J.B. (1969).**

“Tests for Specification Errors in Classical Linear Least-Squares Regression Analysis.” *Journal of the Royal Statistical Society B*, 31(2), 350–371.

**Stock, J.H. y M.W. Watson (1993).**

“A Simple Estimator of Cointegrating Vectors in Higher Order Integrated Systems.” *Econometrica*, 61(4), 783–820.

**Tibshirani, R. (1996).**

“Regression Shrinkage and Selection via the Lasso.” *Journal of the Royal Statistical Society B*, 58(1), 267–288.

**Zellner, A. (1962).**

“An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias.” *Journal of the American Statistical Association*, 57(298), 348–368.

**Zivot, E. y D.W.K. Andrews (1992).**

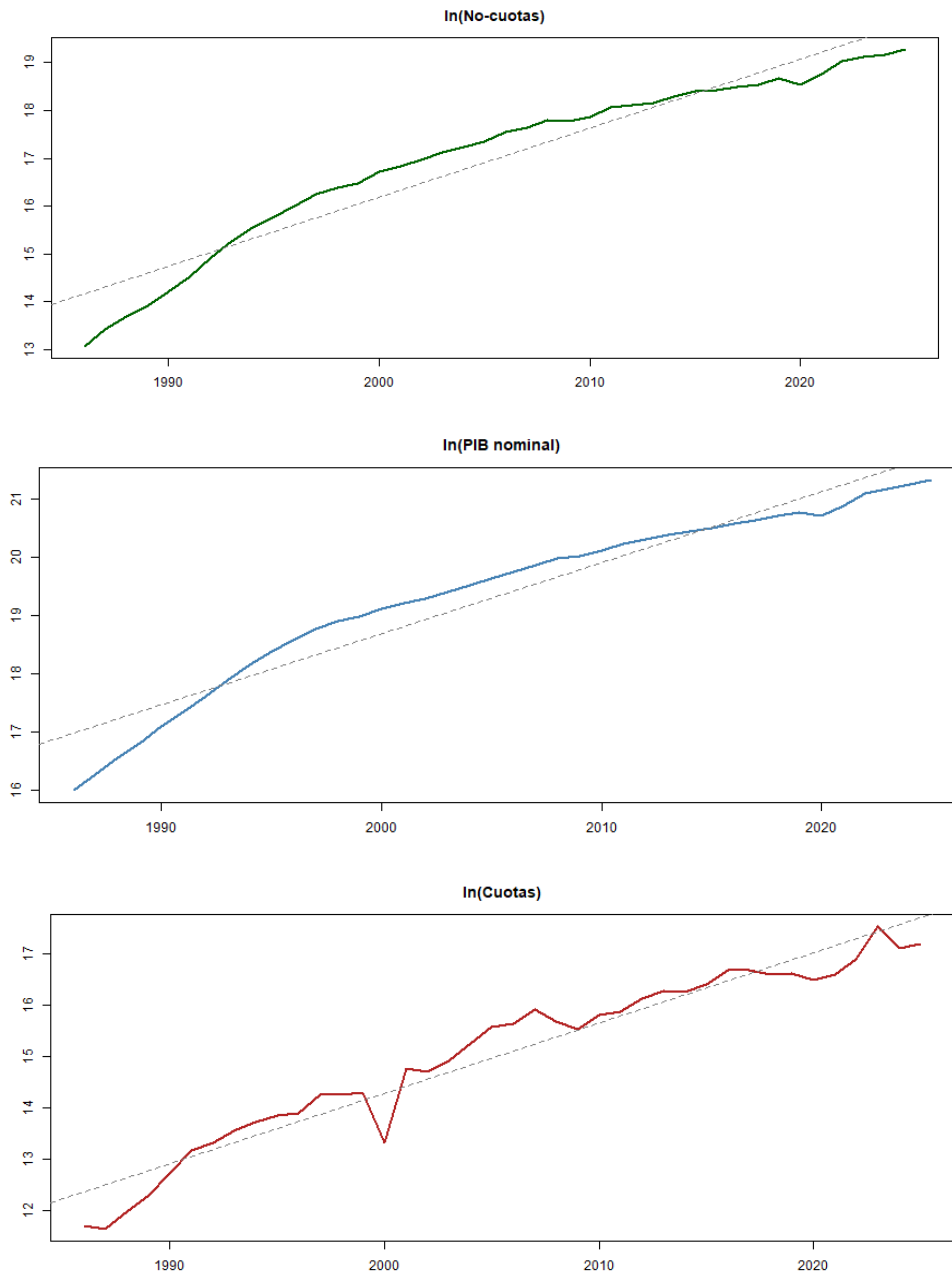
“Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis.” *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(1), 25–44.

## 9. Anexos

### Anexo A. Series en logaritmos

Las tres series muestran tendencia creciente sostenida. La línea punteada indica la tendencia lineal ajustada.

*Series en logaritmos naturales  $s$  y su tendencia lineal, 1986–2025*



## Anexo B. Pruebas de estacionariedad — Detalle del procedimiento secuencial

### B.1 PIB nominal

**Cuadro 17. Regresión Dickey-Fuller aumentada con constante, con tendencia, con rezago de la variable y 4 rezagos de la primera diferencia — ln(PIB)**

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
a0	2,3915	0,7084	3,376	0,0022
$\alpha_2 t$	0,0100	0,0037	2,692	0,0119
$y_{t-1}$	-0,1279	0,0389	-3,291	0,0027
$\Delta y_{t-1}$	0,2626	0,1709	1,537	0,1355
$\Delta y_{t-2}$	-0,2242	0,1660	-1,350	0,1878
$\Delta y_{t-3}$	0,2260	0,1719	1,315	0,1993
$\Delta y_{t-4}$	-0,0856	0,1902	-0,450	0,6560

Ningún rezago de  $\Delta y$  es significativo al 10% → DF (0 rezagos).  
Fuente: Cálculos CARF

**Cuadro 18. Regresión Dickey-Fuller con constante, con tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — ln(PIB)**

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
a0	1,7398	0,3327	5,229	0,0000
$\alpha_2 t$	0,0054	0,0025	2,128	0,0403
$y_{t-1}$	-0,0886	0,0198	-4,485	0,0001

Tendencia significativa al 5% ( $p = 0,0403$ ).  $\tau_\tau = -4,4849$  (rechaza al 1%).  
Fuente: Cálculos CARF

**Cuadro 19. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión del Cuadro 17**

Orden	Estadístico F	p Valor
1	2,3257	0,136
2	1,4059	0,259
3	1,2742	0,299
4	1,1603	0,347
5	1,0174	0,424
6	1,4100	0,243
7	1,2535	0,307
8	1,1389	0,369
9	1,4322	0,224
10	1,5028	0,194

Residuales no autocorrelacionados al 10%. Fuente: Cálculos CARF.

**Cuadro 20. Prueba Dickey-Fuller sin constante, sin tendencia, sin rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — Residuos del Cuadro 17**

Estadística $\tau$	Valor crítico al 10%
-4,8774	-1,61

Residuales estacionarios. Fuente: Cálculos CARF.

## B.2 Recaudo no petrolero distinto a cuotas

**Cuadro 21. Regresión Dickey-Fuller aumentada con constante, con tendencia, con rezago de la variable y 4 rezagos de la primera diferencia — In(No-cuotas)**

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
a0	2,8183	0,6749	4,176	0,0003
$\alpha_2 t$	0,0152	0,0051	3,010	0,0055
$y_{t-1}$	-0,1728	0,0430	-4,014	0,0004
$\Delta y_{t-1}$	-0,0779	0,1580	-0,493	0,6258
$\Delta y_{t-2}$	-0,1359	0,1526	-0,890	0,3808
$\Delta y_{t-3}$	0,0441	0,1533	0,288	0,7757
$\Delta y_{t-4}$	0,0579	0,1694	0,342	0,7349

Ningún rezago de  $\Delta y$  es significativo  $\rightarrow$  DF (0 rezagos). Fuente: Cálculos CARF.

**Cuadro 22. Regresión Dickey-Fuller con constante, con tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — In(No-cuotas)**

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
a0	1,4220	0,3664	3,881	0,0004
$\alpha_2 t$	0,0053	0,0040	1,337	0,1895
$y_{t-1}$	-0,0809	0,0261	-3,095	0,0038

Tendencia **no significativa** ( $p = 0,213$ )  $\rightarrow$  re-estimar sin tendencia. Fuente: Cálculos CARF.

**Cuadro 23. Regresión Dickey-Fuller con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — In(No-cuotas)**

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
a0	0,9576	0,118	8,0941	0,0000
$y_{t-1}$	-0,0472	0,007	-6,782	0,0000

$\tau_\mu = -6,6208$  (rechaza al 1%). Valores críticos: 1% =  $-3,58$ ; 10% =  $-2,60$ . Fuente: Cálculos CARF.

**Cuadro 24. Breusch-Godfrey para residuos del Cuadro 23**

Orden	Estadístico F	p Valor
1	0,0281	0,868
2	0,2366	0,791
3	0,2036	0,893
4	0,1535	0,960
5	0,3521	0,877
6	0,3584	0,899
7	0,3804	0,906
8	0,5004	0,846
9	0,9571	0,494
10	0,8830	0,560

Fuente: Cálculos CARF.

**Cuadro 25. Prueba Dickey-Fuller sin constante, sin tendencia, sin rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — Residuos del Cuadro 23**

$\tau$	Crit. 10%
-5,8606	-1,61

Fuente: Cálculos CARF.

### B.3 Recaudo no petrolero cuotas

**Cuadro 26. Regresión Dickey-Fuller aumentada con constante, con tendencia, con rezago de la variable y 4 rezagos de la primera diferencia — ln(Cuotas)**

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
a0	7,2161	2,6231	2,751	0,0103
$\alpha_2 t$	0,0643	0,0290	2,217	0,0349
$y_{t-1}$	-0,5540	0,2145	-2,582	0,0153
$\Delta y_{t-1}$	-0,1487	0,2113	-0,704	0,4874
$\Delta y_{t-2}$	-0,0329	0,1983	-0,166	0,8694
$\Delta y_{t-3}$	-0,0157	0,2032	-0,077	0,9390
$\Delta y_{t-4}$	0,0687	0,1869	0,367	0,7160

Ningún rezago de  $\Delta y$  es significativo  $\rightarrow$  DF (0 rezagos). Fuente: Cálculos CARF.

**Cuadro 27. Regresión Dickey-Fuller con constante, con tendencia, con rezago de la variable y 1 rezago de la primera diferencia — ln(Cuotas)**

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
$a_0$	4,8209	1,6931	2,847	0,0074
$\alpha_2 t$	0,0430	0,0198	2,177	0,0365
$y_{t-1}$	-0,3672	0,1391	-2,640	0,0124
$\Delta y_{t-1}$	-0,2081	0,1573	-1,323	0,1947 <sup>19</sup>

Tendencia **significativa** al 1% ( $p = 0,0079$ ) → mantener trend + drift.  $\tau_\tau = -2,6396$  (no rechaza al 10%; crit. =  $-3,18$ ). Fuente: Cálculos CARF.

**Cuadro 28. Breusch-Godfrey para residuos del Cuadro 27**

Orden	Estadístico F	p Valor
1	1,2478	0,272
2	0,6553	0,526
3	0,6336	0,599
4	0,4705	0,757
5	0,5883	0,709
6	0,4768	0,820
7	0,5427	0,794
8	0,5122	0,836
9	0,4411	0,899
10	0,3918	0,938

Fuente: Cálculos CARF.

**Cuadro 29. Prueba Dickey-Fuller sin constante, sin tendencia, sin rezago de la variable y 1 rezago de la primera diferencia — Residuos del Cuadro 27**

$\tau$	Crit. 10%
-6,5042	-1,61

Fuente: Cálculos CARF.

<sup>19</sup> El rezago de la primera diferencia no es individualmente significativo ( $p=0,195$ ), pero su inclusión corrige la autocorrelación serial: sin el rezago, BG(1) rechaza al 10% ( $p=0,072$ ); con el rezago, ningún orden rechaza ( $p=0,272$  en orden 1). Se conserva ADF(1) para garantizar residuales no autocorrelacionados, condición necesaria para la validez de la prueba de raíz unitaria.

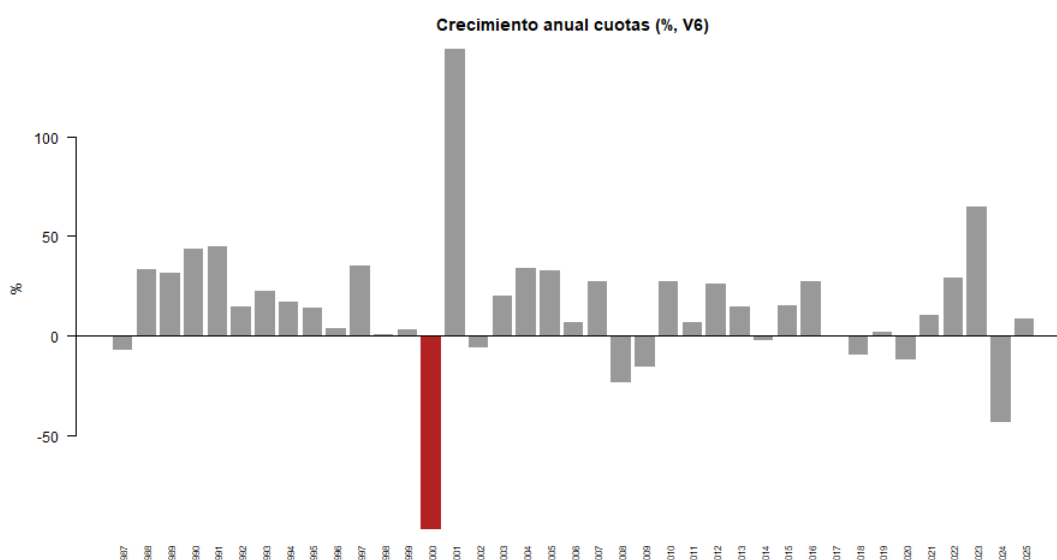
**Cuadro 30. Prueba Dickey-Fuller con constante, con tendencia, con rezago de la variable y 1 rezago de la primera diferencia — Logaritmo del recaudo no petrolero cuotas**

Estadística $\tau$	Valor crítico al 10%
-2,6396	-3,18

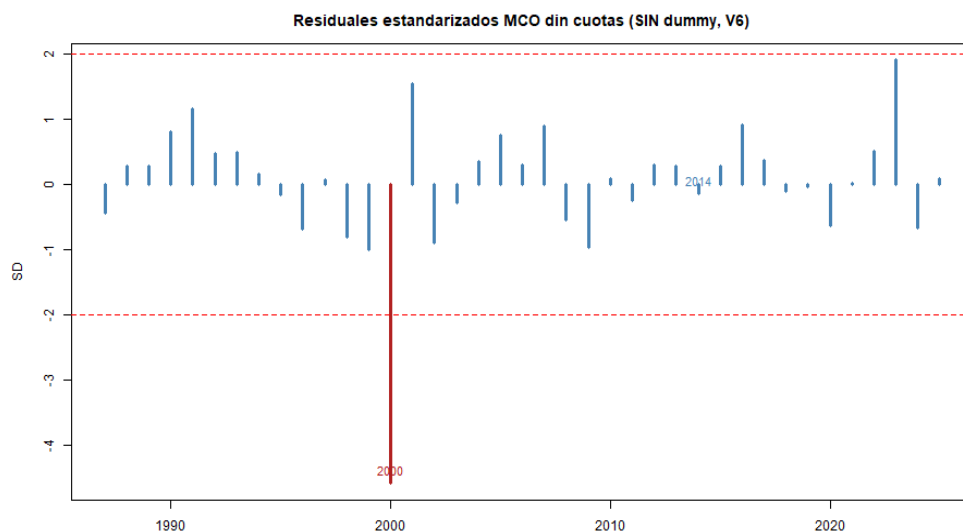
No rechaza  $H_0$  de raíz unitaria al 10% ( $|\tau| < |VC_{10\%}|$ ). Se procede con la prueba de Zivot-Andrews (Cuadro 4 en el cuerpo del documento). Fuente: Cálculos CARF.

### Anexo C. Justificación de la dummy $D(2000)$ en cuotas - resuelve no-normalidad de los residuales

El crecimiento anual del recaudo de cuotas presenta un choque atípico de -96,7% en 2000 (crisis financiera y económica del 1999).



En los residuales estandarizados del modelo MCO puro (sin dummy) para cuotas, la observación de 2000 se ubica a más de dos desviaciones estándar por debajo de la media, confirmando su carácter atípico. El Q-Q plot muestra las desviaciones en la cola izquierda causadas por estos valores.



La inclusión de la dummy  $D(2000)$  resuelve el problema de no-normalidad: Jarque-Bera pasa de  $p = 0,000$  a  $p = 0,792$  y Cramér-von Mises de  $p = 0,000$  a  $p = 0,850$ . La elasticidad no cambia sustancialmente (1,031 con dummy vs 1,054 sin dummy).

Se evaluó también la inclusión de una dummy en 2023, año que presenta un residual positivo atípico (+1,94 desviaciones estándar). Sin embargo, a diferencia de 2000 (cuyo residual es negativo), el residual de 2023 tiene signo opuesto, lo cual impide modelarlo con una dummy conjunta sin deteriorar la normalidad. Por esto, no se incluye dummy para 2023.

## Anexo D. Estimaciones por MCO

Como referencia, se presentan las estimaciones por MCO puro (sin rezago de la variable dependiente). La presencia de autocorrelación en los residuales de estas regresiones motiva la inclusión del rezago de la variable dependiente en el modelo MCO dinámico adoptado en el cuerpo del documento.

**Cuadro 31. Resultados por MCO — Cuotas**

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
$\beta_0$	-5,2382	0,6811	-7,691	0,0000
$\ln Y_{t-1}$	1,0536	0,0352	29,954	0,0000

Fuente: Cálculos CARF.

**Cuadro 32. Breusch-Godfrey para residuos MCO — Cuotas**

Orden	Estadístico F	p Valor
1	9,6302	0,004
2	5,2479	0,010
3	3,5277	0,025
4	2,5930	0,054
5	2,2835	0,070
6	1,8519	0,121
7	1,7103	0,144
8	1,4468	0,220
9	1,2886	0,286
10	1,1202	0,384

Residuales autocorrelacionados → se requiere incluir rezago de la variable dependiente. Fuente: Cálculos CARF.

**Cuadro 33. Resultados por MCO — No-cuotas**

Variable	Coficiente	SE	t	p Valor
$\beta_0$	-5,8317	0,1106	-52,711	0,0000
$\ln Y_t$	1,1785	0,0057	206,820	0,0000

Fuente: Cálculos CARF.

**Cuadro 34. Breusch-Godfrey para residuos MCO — No-cuotas**

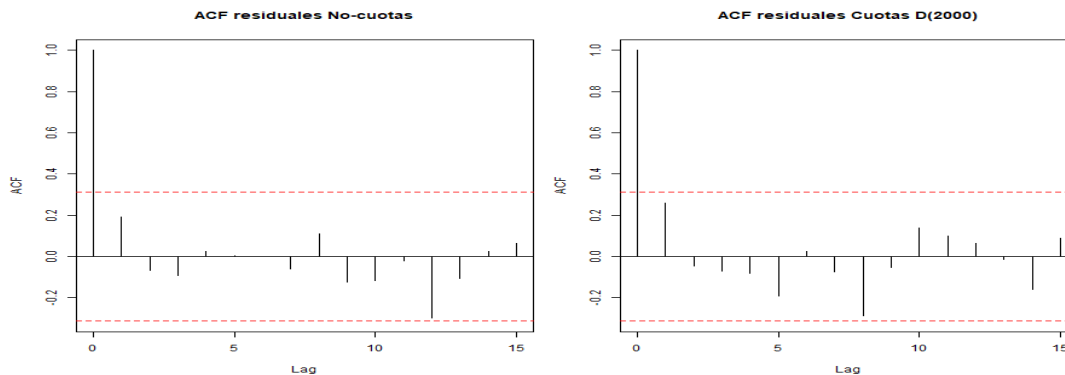
Orden	Estadístico F	p Valor
1	24,5703	0,000
2	12,9255	0,000
3	8,3776	0,000
4	6,3723	0,001
5	4,9480	0,002
6	4,0025	0,004
7	3,4500	0,008
8	3,0230	0,013
9	3,5598	0,004
10	3,1733	0,008

Residuales autocorrelacionados → se requiere incluir rezago de la variable dependiente. Fuente: Cálculos CARF.

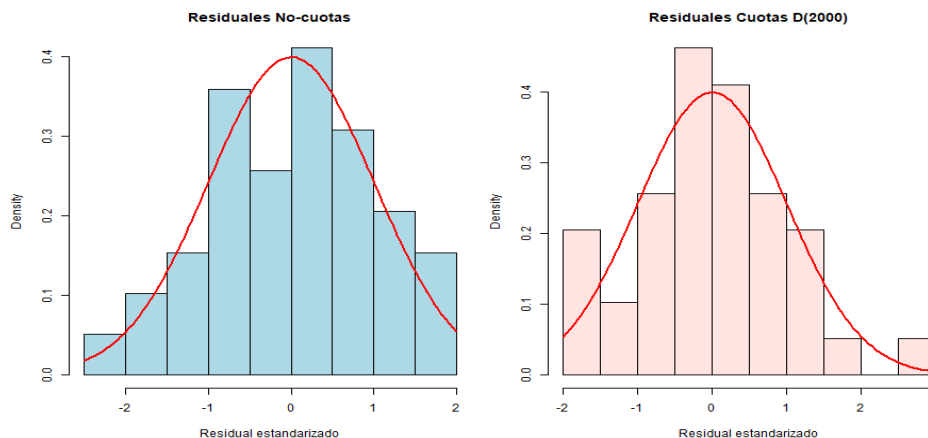
## Anexo E. Diagnósticos residuales gráficos - residuales se comportan como ruido blanco normal

Se presentan los diagnósticos gráficos de los residuales del modelo MCO dinámico estimado en la sección 4. Se incluyen la función de autocorrelación (ACF), los histogramas con la densidad normal teórica superpuesta, y los gráficos cuantil-cuantil (Q-Q). En los tres casos, los residuales de ambos modelos se comportan como ruido blanco normal: la ACF no presenta rezagos significativos fuera de las bandas al 5%, los histogramas se ajustan a la curva normal, y los Q-Q plots se alinean sobre la recta de referencia. En el modelo de cuotas, este buen comportamiento es consecuencia de la inclusión de la dummy D(2000), que corrige las observaciones atípicas que generaban colas pesadas en el modelo sin dummy (véase Anexo C).

- Se realizan los ACF de residuales del MCO dinámico normalizados con bandas al 5%, se encuentra que ningún rezago es significativo.



- Los histogramas de los residuales evidencian normalidad (Curva roja: densidad normal teórica).



- Los Q-Q plots de los residuales evidencian alineación para No-cuotas y para Cuotas (alineado con dummy  $D(2000)$ ).

