

PIB tendencial 2026-2037

Actualización de la estimación

Mayo de 2026

COMITÉ AUTÓNOMO DE LA REGLA FISCAL

Miembros Expertos del CARF

Juan Carlos Ramírez Jaramillo (presidente)
Astrid Martínez Ortíz
Carlos Arturo Gómez Restrepo
Martha Alicia Misas Arango

Miembros del Congreso de la República en el CARF

Wilmer Castellanos

Equipo técnico del CARF que participó en la elaboración del documento

Juan Sebastián Betancur Mora (director técnico)
Carmen Elena Salcedo Saldaña (analista senior)
Luis Alfonso Luna Espíndola (analista)
Paula Alejandra González Díaz (analista)

Tabla de Contenido

1. Introducción	3
2. Estimación del PIB tendencial	6
2.1. Metodología A: Función de producción tipo Cobb-Douglas	6
2.1.1. Datos utilizados	7
2.1.2. Estimación de los componentes del PIB tendencial	10
2.2. Metodología B: Filtro de Kalman con estimación bayesiana	22
2.2.1. Metodología y datos utilizados para el cálculo del PIB tendencial	23
2.2.2. Estimación	29
2.2.3. Resultados	32
2.2.4. Conclusiones	33
2.3. Escenario central CARF 2026	34
3. Balance de riesgos sobre el crecimiento tendencial	36
4. Bibliografía	37
5. Anexos: Pruebas de estacionariedad y significancia	39
5.1. Costo del uso del capital (CUK) y crecimiento de la inversión	39
5.1.1. Estacionariedad DTF	39
5.1.2. Estacionariedad TPM	42
5.1.3. Estacionariedad CUK	43
5.1.4. Estacionariedad inversión	45
5.1.5. Regresión DTF y TPM	47
5.1.6. Regresión CUK e inversión	48
5.2. UCI observada y NAICU	48
5.2.1. Estacionariedad UCI	48
5.2.2. Regresión UCI	50
5.3. Tasa de desempleo observada y NAIRU	50
5.3.1. Estacionariedad tasa de desempleo	50
5.3.2. Regresión tasa de desempleo	54
5.4. PTF observada y A tendencial	54
5.4.1. Regresión PTF	57
5.5. Pruebas de estacionariedad de las series observadas del modelo de estado espacio	58
5.5.1. Logaritmo del PIB	59
5.5.2. Inflación total	61
5.5.3. Expectativas de inflación	63
5.5.4. Tasa de desempleo nacional	65
5.5.5. Utilización de capacidad instalada	67
5.6. Diagnósticos del modelo de estado espacio	69
5.7. Validación predictiva del modelo de estado espacio	72

1. Introducción

La Ley 1473 de 2011, modificada a través de la Ley 2155 de 2021 fortaleció la Regla Fiscal de Colombia y creó el Comité Autónomo de la Regla Fiscal (CARF) como órgano autónomo e independiente. Su objeto es hacer seguimiento a la Regla Fiscal y propender por la sostenibilidad de las finanzas públicas. Entre las funciones del CARF, se encuentran las de estimar el PIB tendencial y las elasticidades del recaudo ante fluctuaciones económicas, insumos fundamentales para calcular el ciclo económico y el Balance Primario Neto Estructural (BPNE), indicador sobre el que operan las metas fiscales (Decreto 1717 de 2021). Además, estas variables influyen sobre las perspectivas de los agregados fiscales en el mediano plazo.

La Ley 2155 de 2021 redefinió el esquema operacional de la Regla Fiscal al establecer un ancla de la deuda neta de 55% del PIB y un límite de 71% del PIB. Además, incluyó metas operativas sobre el BPNE que se ajustan en función de la distancia entre la deuda y su objetivo de mediano plazo, el ancla: cuando la deuda excede el ancla, las metas se tornan más exigentes, y cuando se ubica por debajo, se flexibilizan. La fórmula incluida en la ley es la siguiente:

Ecuación 1

$$BPNE (\% \text{ del PIB}) = \begin{cases} 0,2 + 0,1(D_{t-1} - 55) & \text{si } D_{t-1} \leq 71 \\ 1,8 & \text{si } D_{t-1} > 71 \end{cases}$$

Donde D_{t-1} corresponde a la deuda neta como porcentaje del PIB en el periodo $t - 1$. La Ley 2155 de 2021 define el BPNE como el balance primario neto¹ del Gobierno Nacional Central (GNC), excluyendo el efecto de las Transacciones de Única Vez (TUV), los rendimientos financieros, así como los componentes asociados al ciclo petrolero y al ciclo económico. En últimas, el BPNE busca reflejar la posición fiscal estructural del gobierno. En este contexto, el Decreto 1717 de 2021 define el ciclo económico CE_t como el componente no tendencial de los ingresos tributarios no petroleros. El ciclo depende de la desviación porcentual entre el PIB real y el PIB tendencial, y de la elasticidad del recaudo ante variaciones del PIB. La fórmula es la siguiente:

Ecuación 2

$$CE_t = \left[1 - \left(\frac{Y_{t-1}^*}{Y_{t-1}} \right)^{\epsilon_{cuotas}} \right] * RT_{t,cuotas} + \sum_i \left[1 - \left(\frac{Y_t^*}{Y_t} \right)^{\epsilon_{i,no\ cuotas}} \right] * RT_{i,t,no\ cuotas}$$

Donde, i denota cada uno de los impuestos no petroleros distintos a las cuotas del impuesto sobre la renta; t representa el año de análisis; $RT_{t,cuotas}$ corresponde al recaudo tributario no petrolero asociado a las cuotas del impuesto de renta; $RT_{i,t,no\ cuotas}$ representa el recaudo tributario no petrolero proveniente de los demás impuestos distintos a dichas cuotas; Y_t^* es el PIB tendencial; Y_t el Producto Interno Bruto real; ϵ_{cuotas} es la elasticidad del recaudo de las cuotas del impuesto de renta no petrolero frente a variaciones del PIB, y $\epsilon_{i,no\ cuotas}$ corresponde a la elasticidad del recaudo de los impuestos no petroleros distintos a las cuotas del impuesto de renta respecto al PIB.

¹ Ingresos totales del GNC menos el gasto primario (no incluye pagos por intereses).

De acuerdo con la **Ecuación 2**, el cálculo del ciclo económico requiere contar con una estimación del PIB tendencial —variable no observable— y de las elasticidades del recaudo tributario no petrolero. De acuerdo con lo anterior, y con el fin de garantizar la coherencia técnica y normativa en la aplicación de la Regla Fiscal, el presente documento expone la estimación del PIB tendencial², entendido como el nivel de producto real que excluye las variaciones de naturaleza cíclica o transitoria y que refleja la capacidad estructural de crecimiento de la economía en el mediano y largo plazo.

Para la estimación del PIB tendencial, se reconocen tres enfoques metodológicos ampliamente utilizados en la práctica económica: i) los filtros estadísticos univariados o multivariados (Hodrick-Prescott, Hodrick-Prescott Boosted, Kalman, entre otros), que descomponen el producto observado en componentes cíclicos y tendenciales sin imponer una estructura económica explícita; ii) los modelos estructurales y semiestructurales, que incorporan relaciones macroeconómicas basadas en fundamentos teóricos; y iii) los enfoques basados en funciones de producción, que vinculan el nivel de actividad económica con la acumulación de factores productivos y la evolución de la productividad total de los factores (PTF).

En línea con estas metodologías, **en 2026 el CARF estimó el PIB tendencial a partir de dos aproximaciones complementarias: un filtro multivariado de Kalman y una función de producción.** La incorporación del filtro de Kalman constituye una mejora metodológica introducida frente a ejercicios realizados en los cuatro años previos, en los cuales la estimación del producto tendencial se sustentaba exclusivamente en el enfoque de función de producción. **Esta ampliación metodológica responde al propósito de fortalecer el análisis, reducir la dependencia de una única metodología, y reconocer las potencialidades y limitaciones inevitables que cada metodología presenta de forma individual.**

Cada metodología tiene ventajas y limitaciones. Por un lado, el enfoque de función de producción permite estimar el producto tendencial a partir de una narrativa económica estructural basada en los determinantes de la oferta de la economía³. Esta metodología se basa en un análisis de los determinantes fundamentales de oferta (capital, empleo potencial y productividad total de los factores), proporcionando una referencia económicamente interpretable sobre la capacidad productiva de mediano plazo. De esta forma, la función de producción permite informar la estimación del PIB tendencial a partir de perspectivas sobre fundamentales macroeconómicos tales como la evolución futura de la demografía, el mercado laboral, la inversión o la PTF, entre otros. Sin embargo, en esta metodología cada componente del PIB tendencial es estimado por separado, lo que supone ortogonalidad dinámica entre las perturbaciones que afectan a cada variable. Lo anterior es un supuesto fuerte, toda vez que los choques que impactan el mercado laboral pueden influir también en la capacidad instalada, o la PTF, y viceversa.⁴

² La última actualización se realizó en 2025, conforme al Documento Técnico del CARF “Actualización de la estimación de PIB tendencial” del 30 de abril de 2025 ([vínculo](#)). De acuerdo con el Decreto 1717 de 2021, la estimación del PIB tendencial debe remitirse al Ministerio de Hacienda y Crédito Público a más tardar el 30 de abril de cada año.

³ En línea con la práctica internacional, aproximaciones de este tipo han sido ampliamente utilizadas por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (2019) y el Fondo Monetario Internacional (2022). No obstante, este enfoque impone supuestos restrictivos.

⁴ Este enfoque puede limitar la capacidad de capturar interacciones entre los determinantes del producto potencial, en la medida en que choques macroeconómicos relevantes suelen afectar simultáneamente la inversión, el mercado laboral y la productividad. La incorporación del filtro de Kalman bayesiano en la sección 2.2 atiende parcialmente esta limitación al modelar conjuntamente las perturbaciones.

Por otro lado, **el filtro de Kalman con estimación bayesiana permite estimar una senda de PIB tendencial consistente con la información macroeconómica observada, incorporando relaciones de equilibrio y señales del ciclo económico bajo un modelo de estado-espacio; una bondad importante del modelo es que las estimaciones se dan bajo una única estructura económica.** La estimación a través de Kalman resulta útil en la medida en que permite extraer información en tiempo real e incorporar restricciones macroeconómicas relevantes capturando la interacción dinámica entre sus determinantes (inflación, desempleo y utilización de la capacidad instalada). No obstante, como ocurre en cualquier modelo econométrico, sus estimaciones pueden ser sensibles a la especificación del modelo, al problema de cola de muestra y, en presencia de variables no observables, a los supuestos identificadores correspondientes.

En este contexto, ambas metodologías se consideran complementarias. Mientras el filtro de Kalman incorpora información cíclica y con consistencia macroeconómica, la función de producción provee un ancla estructural basada en fundamentos económicos. Dado que ninguna metodología domina inequívocamente a la otra, y que ambas capturan dimensiones distintas del producto tendencial, el escenario central se construye como una combinación de ambos enfoques, aprovechando sus ventajas relativas para obtener una estimación del PIB tendencial a partir de la combinación de ambos enfoques.

Además de esta introducción, el documento se estructura así: la sección 2 describe las metodologías utilizadas para estimar el PIB tendencial, los datos empleados y los resultados de cada modelo; la sección 3 presenta el balance de riesgos; la sección 4 expone los resultados de la proyección y las conclusiones. Los anexos profundizan en aspectos metodológicos, incluyen pruebas de robustez y verifican el tratamiento adecuado según las propiedades de las series.

2. Estimación del PIB tendencial

2.1. Metodología A: Función de producción tipo Cobb-Douglas

Las estimaciones empíricas de funciones de producción agregadas constituyen una herramienta analítica central en macroeconomía, en particular para la cuantificación del producto de mediano plazo. En este contexto, la función Cobb-Douglas, como caso particular de las funciones tipo CES⁵, ofrece una representación parsimoniosa del proceso productivo y permite descomponer el crecimiento del producto tendencial en los aportes del trabajo, el capital y la productividad total de los factores, facilitando el análisis de sus trayectorias bajo distintos supuestos macroeconómicos. Asimismo, Hicks, J.R. (1963) destaca que la función Cobb-Douglas presenta una estructura algebraica simple que satisface propiedades teóricas fundamentales tales como homogeneidad de grado uno, monotonía y convexidad, lo que explica su amplio uso en la literatura económica, tanto en aplicaciones empíricas como en desarrollos teóricos.

La estimación del PIB tendencial combina el enfoque de la función de producción con herramientas adicionales que permiten abordar el comportamiento de variables no observables. En particular, se utilizan filtros de Hodrick-Prescott Boosted (HPB)⁶ para la estimación de la tasa natural de desempleo (NAIRU⁷) y de la tasa natural de utilización de la capacidad instalada (NAICU⁸), en concordancia con una amplia literatura⁹.

De acuerdo con la [Ecuación 3](#), el PIB tendencial \bar{Y}_t se determina a partir del capital tendencial \bar{K}_t , el trabajo tendencial \bar{L}_t , la productividad total de los factores tendencial \bar{A}_t y la participación del capital y el trabajo en el producto total, representados por el parámetro α y $(1 - \alpha)$, respectivamente:

Ecuación 3

$$\bar{Y}_t = \bar{A}_t \bar{K}_t^\alpha \bar{L}_t^{1-\alpha}$$

En la [Ecuación 4](#) se presenta el capital tendencial \bar{K}_t , el cual se calcula a partir del acervo de capital productivo de la economía ajustado por la tasa natural de utilización de la capacidad instalada, $NAICU_t$:

Ecuación 4

$$\bar{K}_t = K_t NAICU_t$$

⁵ Las siglas CES corresponden a *Constant Elasticity of Substitution*, es decir, elasticidad de sustitución constante.

⁶ El filtro HPB es una extensión del filtro de Hodrick-Prescott (Phillips, P.C.B. & Shi, Z. 2021). A diferencia del HP tradicional, el HPB aplica iteraciones sucesivas que permiten una separación más gradual entre tendencia y ciclo, reduciendo la sensibilidad al problema de cola de muestra y mejorando la estabilidad de la estimación de los componentes tendenciales del PIB.

⁷ Tasa de desempleo que no acelera la inflación, por sus siglas en inglés, Non-Accelerating Inflation Rate of Unemployment.

⁸ Utilización de capacidad instalada que no acelera la inflación, por sus siglas en inglés, Non-Accelerating Inflation Capacity Utilization.

⁹ Ver por ejemplo, Hall, V. & Thomson, P. (2022); Ziwei, Phillips & Shi (2024); y Phillips, P.C.B. & Shi, Z. (2021).

Por su parte, el trabajo tendencial \bar{L}_t se determina a partir de la tendencia de la población económicamente activa \overline{PEA}_t , descontando la tasa de desempleo natural $NAIRU_t$ ¹⁰, como se indica en la [Ecuación 5](#). Este ajuste permite identificar la fracción de la fuerza laboral que puede ser empleada de manera sostenida sin generar presiones inflacionarias, en línea con el enfoque de equilibrio de largo plazo:

Ecuación 5

$$\bar{L}_t = \overline{PEA}_t(1 - NAIRU_t)$$

Finalmente, la PTF tendencial \bar{A}_t , se estima como la tendencia de la PTF observada ([Ecuación 6](#)), la cual se obtiene como el residuo de Solow¹¹, dado el producto observado y los factores de producción ajustados por condiciones de utilización y empleo efectivas. En particular, Y_t representa el PIB real observado, UCI_t la utilización de la capacidad instalada observada, \overline{PEA}_t la población económicamente activa observada y U_t la tasa de desempleo observada.

Ecuación 6

$$A_t = \frac{Y_t}{(K_t UCI_t)^\alpha [\overline{PEA}_t(1 - U_t)]^{1-\alpha}}$$

2.1.1. Datos utilizados

El [Cuadro 1](#) presenta el detalle de las series de tiempo utilizadas en la estimación del PIB tendencial, incluyendo su fuente oficial y enlace, el periodo de disponibilidad y una breve descripción. Estas series corresponden a los insumos empleados en la estimación de los componentes del modelo: capital K_t , trabajo L_t y productividad A_t .

Cuadro 1. Resumen de información y variables

Nombre de la variable	Fuente	Periodo disponible y frecuencia	Descripción
Factor de capital			
Acervo de capital productivo	DANE – <i>Productividad Total de los Factores</i> (vínculo)	1990-2024 Anual	Este indicador corresponde al acervo de capital productivo estimado mediante el método de inventario permanente, que acumula la inversión histórica y descuenta la depreciación del capital existente. En términos dinámicos, el acervo en el periodo t resulta de la depreciación del periodo anterior e incorpora la inversión realizada en t .

¹⁰ Se ajuste por el porcentaje de la fuerza laboral que puede estar empleada de manera sostenible cuando la economía opera en su nivel potencial.

¹¹ Se obtiene a partir de una descomposición de la función de producción tipo Cobb-Douglas y corresponde a la productividad total de los factores. Mide la porción del crecimiento económico no explicada por la acumulación de capital y trabajo.

Utilización de la Capacidad Instalada (UCI)		Fedesarrollo - <i>Encuesta de Opinión Empresarial (EOE)</i> (vínculo)	1994-2025 Trimestral	El indicador recoge la percepción de los industriales sobre el grado de utilización efectiva de su capacidad instalada, expresada como proporción de su nivel operativo normal.
Participación del capital en el producto (α)		Pen World Tables (PWT) (vínculo)	1950-2023 Anual	Dado que la suma de las participaciones del capital y del trabajo en el ingreso total equivale a la unidad, la participación del capital (0,52) se obtiene de manera residual como 1 menos la participación del trabajo en el PIB ($1-\alpha$). El parámetro asociado al trabajo (0,48) se construye a partir de promedios de largo plazo, considerando ventanas de 10, 20 y 30 años de PWT versión 11.0.
Costo del uso del capital (CUK)	Precios relativos de capital (Índice de Precios al Productor – IPP)	Banco de la República – <i>Precios e inflación</i> (vínculo)	1970-2025 Mensual	Captura el costo relativo de adquirir bienes de capital frente al resto de la economía. Permite ajustar el CUK por cambios en los precios de inversión.
	Tasas de Depósitos a Término Fijo (DTF)	Banco de la República – <i>Tasas de interés y sector financiero</i> (vínculo)	1980-2025 Mensual	Se utiliza como proxy del costo de financiamiento o tasa de retorno requerida del capital. Aproxima el componente financiero del CUK.
	Inflación observada	DANE – IPC Base 2018 (vínculo)	2003-2025 Mensual	Permite convertir tasas nominales en reales y ajustar el costo del capital por la pérdida de poder adquisitivo.
	Tasa efectiva de tributación	Rincón et al (2017) & Rincón (2021) (vínculo)	2005-2021 Anual	Incorpora el efecto de los impuestos sobre la rentabilidad del capital.
	Inflación y tasa de política esperada	Banco de la República - <i>Encuesta Mensual de Expectativas de Analistas Económicos (EME)</i> (vínculo)	2003-2025 Mensual	Se utilizan para proyectar el CUK en la medida en que las expectativas sobre dichas variables permiten construir trayectorias futuras del costo del capital.
Inversión de capital fijo		DANE- <i>Cuentas Nacionales Trimestrales</i> (vínculo)	2005-2025 Trimestral	Corresponde a la formación bruta de capital fijo a precios constantes de cuentas nacionales. Captura la adquisición de activos productivos como maquinaria, equipo e infraestructura, y al excluir variaciones de existencias, permite aproximar de forma más precisa la acumulación de capital y la capacidad productiva de la economía.
Tasa de depreciación implícita del capital		N/A	2001-2025 Anual	Se estima a partir de la función de acumulación del capital (Ecuación 7). Se calcula en 4,17%, que corresponde al promedio observado entre 2004 y 2024 (excluyendo los años 2020 y 2021).

			debido a las distorsiones asociadas a la pandemia).
Factor de trabajo			
Población Económicamente Activa (PEA)	DANE – Empleo y desempleo (vínculo)	2001-2025 Mensual	Aproxima la oferta efectiva de trabajo disponible en la economía y constituye el punto de partida para la construcción del insumo laboral en la función de producción.
Población en Edad de Trabajar (PET) observada	DANE - Empleo y desempleo (vínculo)	2001-2025 Mensual	Sirve como base demográfica para estimar la tasa de participación y caracterizar la oferta potencial de trabajo.
PET proyectada	DANE – Proyecciones y retroproyecciones de población (vínculo)	2018-2070 Mensual	Permite extender la dinámica demográfica hacia el futuro, siendo un insumo clave para proyectar la trayectoria de la PEA.
Tasa de desempleo	DANE - Empleo y desempleo (vínculo)	2001-2025 Mensual	Se utiliza para estimar la NAIRU y ajustar la oferta laboral, aproximando el trabajo utilizado en la producción.
Participación del trabajo en el producto (1-α)	Pen World Tables (vínculo)	1950-2023 Anual	Define la elasticidad del producto respecto al trabajo en la función Cobb-Douglas y, de manera equivalente, la participación del trabajo en el ingreso ($\alpha = 0,48$) según versión 11.0 de PWT.
Productividad Total de los Factores (PTF)			
PTF	N/A	2001-2025 Anual	La estimación de la PTF observada histórica, correspondiente al periodo 2001-2024, se realizó a través del residuo de Solow, de acuerdo con los datos históricos de las variables descritas en la Ecuación 6 .

Fuente: Elaboración CARF. Cada serie del modelo recibe un tratamiento econométrico estandarizado. El análisis de estacionariedad sigue el procedimiento secuencial de Enders (2004) que incluye regresiones ADF con tendencia y rezagos, validación de residuos por Breusch-Godfrey, reespecificación ADF reducido cuando sólo algunos rezagos son significativos, dummy de choque exógeno cuando la prueba final no rechaza, y Zivot-Andrews con quiebre endógeno cuando el tamaño muestral lo permite (los detalles por serie se reportan en el Anexo de Pruebas de estacionariedad y significancia). Las especificaciones econométricas se eligen por pasar una batería estandarizada de doce diagnósticos sobre los residuos, que comprenden Breusch-Godfrey de órdenes 1 a 10, Jarque-Bera y Cramér-von Mises, por la significancia individual de sus coeficientes al 5%. La extracción de tendencias sobre las series filtradas emplea el filtro Boosted HP con criterios de parada explícitos (BIC para la PTF, la NAICU y la PEA, y ADF para la NAIRU), complementado con un ancla histórica de largo plazo en los casos de menor tamaño muestral para mitigar el problema de fin de periodo característico de los filtros estadísticos puros.

2.1.2. Estimación de los componentes del PIB tendencial

2.1.2.1. Capital tendencial (\bar{K})

2.1.2.1.1. Participación del capital en el producto (α)

Para analizar las contribuciones del trabajo y del capital al crecimiento del PIB, es necesario asignar ponderaciones a cada insumo, las cuales se derivan de su participación en el ingreso total. No obstante, la medición de la participación laboral presenta desafíos importantes, especialmente en economías en desarrollo, donde el trabajo por cuenta propia representa una fracción significativa de la fuerza laboral y su remuneración no se observa plenamente en las estadísticas convencionales (Gollin, 2002). En este contexto, la metodología de Penn World Table (PWT) ofrece una aproximación más robusta al estimar la participación del trabajo a partir de las cuentas nacionales, corrigiendo la subestimación asociada al ingreso mixto mediante la imputación del componente laboral de los trabajadores por cuenta propia. Este ajuste permite obtener una medida más consistente del factor trabajo como proporción del PIB. Con base en este enfoque, en este documento se adopta una participación del trabajo ($1-\alpha$) de 0,48 y, en consecuencia, una participación del capital de 0,52.

2.1.2.1.2. Tasa de depreciación (δ)

El valor de la tasa de depreciación se fundamenta en la formulación clásica de la ecuación de acumulación de capital¹². Esta fórmula establece que el acervo de capital del periodo siguiente, K_{t+1} , depende de la inversión realizada durante el periodo corriente I_t , así como del acervo de capital heredado del periodo anterior K_t , una vez descontada la depreciación de los activos físicos a una tasa δ (*Ecuación 7*):

Ecuación 7

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t$$

En este sentido, a partir de la información observada sobre los flujos de inversión y del acervo de capital, es posible calcular de manera retrospectiva (entre 2001 y 2024) la tasa de depreciación implícita del capital. Conforme a la identidad contable de acumulación de capital, y como se muestra en la *Ecuación 8*, el parámetro δ puede ser despejado mediante la siguiente expresión:

Ecuación 8

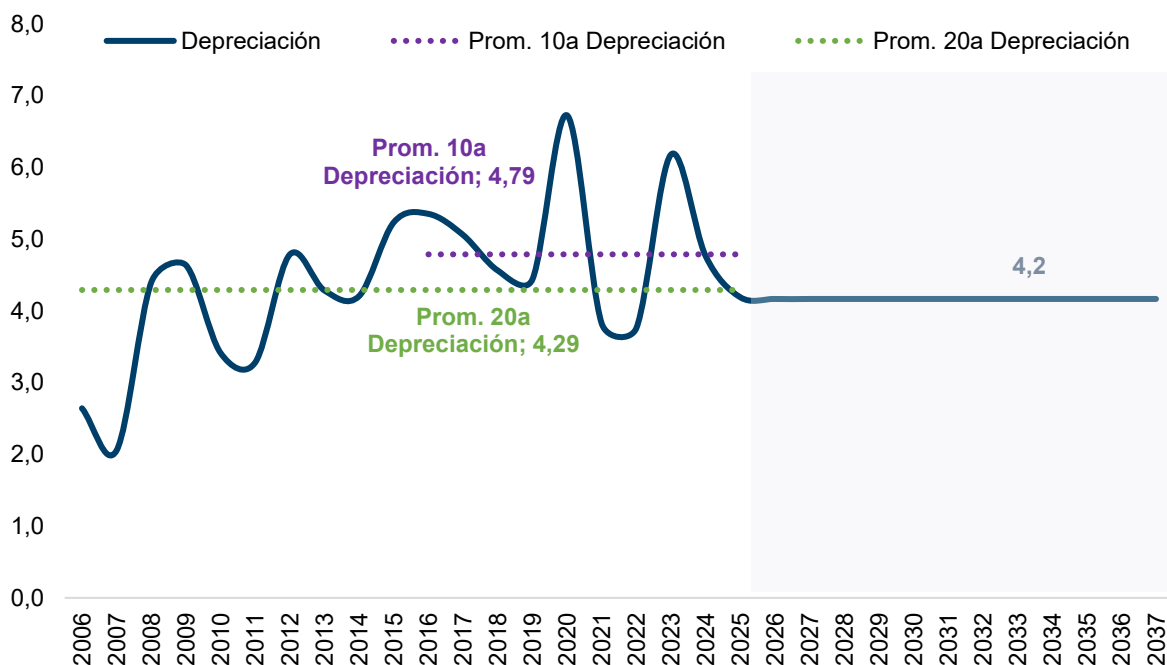
$$\delta = 1 - \frac{K_{t+1} - I_t}{K_t}$$

En línea con lo anterior, se calcula el promedio histórico para el periodo 2004 a 2024 (excluyendo 2020 y 2021 por ser años de pandemia) y se supone ese valor (4,17%) para el periodo de proyección hasta 2037 (*Gráfica 1*). De acuerdo con los datos estimados, se observa que, en la última década, la tasa de depreciación ha tendido a incrementarse, lo cual es consistente con el

¹² Ver, por ejemplo, Solow (1956).

hecho de que la maquinaria y equipo, que es el componente de la inversión que presenta mayores tasas de depreciación, es también el factor que más ha jalonado el aumento en la inversión en la última década.

Gráfica 1. Tasa de depreciación (%)



Fuente: Elaboración CARF.

2.1.2.1.3. Flujo de inversión (I_t)

Para proyectar los flujos de inversión, se parte de su relación teórica con el costo de uso del capital (CUK_t)¹³, el cual se determina a partir de tres componentes: i) los precios relativos de los bienes de capital¹⁴; ii) la carga tributaria efectiva; y iii) la tasa de interés real¹⁵, como se presenta en la [Ecuación 9](#):

Ecuación 9

$$CUK_t = \frac{IPP K_t}{IPP total_t} \times \frac{1}{(1 - \tau^k)} \times [r_t + \delta (1 - \tau^k)]$$

¹³ Véase Jorgenson (1963) para el marco teórico seminal de la relación entre inversión y costo de uso del capital; Hoyos y Mendoza (2008) para evidencia empírica del costo de uso como determinante de la inversión en Colombia; y Servén y Solimano (1993) para países en desarrollo.

¹⁴ Medidos como la razón entre el IPP de bienes de capital y el IPP total.

¹⁵ Calculada como la diferencia entre la DTF nominal y la inflación, ajustada por la depreciación. Para la estimación se utiliza la inflación esperada, tomada de la EME de marzo de 2026. Los analistas proyectan niveles de 6,3% para 2026, 4,8% para 2027 y alrededor de 4,0% hacia finales de 2028. A partir de este punto, se asume una trayectoria de convergencia gradual hacia la meta del banco central, alcanzando niveles cercanos a 3,0% en 2032 en ausencia de choques adicionales.

Para fines de simulación, los componentes asociados a los precios relativos de los bienes de capital y a la tributación efectiva se mantienen constantes en el horizonte de proyección¹⁶, de modo que la dinámica del costo de uso del capital queda determinada principalmente por la perspectiva de la tasa de interés real. A su vez, la trayectoria de la DTF se modela a partir de su relación histórica con la tasa de política monetaria (TPM)¹⁷. Con estos insumos, el CUK_t se calcula de forma directa mediante la [Ecuación 9](#), al tratarse de una relación aritmética cuyos determinantes quedan plenamente definidos en el horizonte de proyección (2026-2037). Las pruebas sobre las propiedades de las series y la robustez de la especificación econométrica de la [Ecuación 10](#) se presentan en el Anexos 6.1.1 y 6.1.2. de Pruebas de estacionariedad y significancia.

Ecuación 10

$$\Delta DTF_t = c + \beta_1 spread_{t-1} + \beta_2 \Delta TPM_t + \beta_3 \Delta DTF_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde, *spread* se define como la diferencia entre la DTF y la TPM. Una vez estimada la trayectoria del CUK_t , se procede a modelar el crecimiento anual de la inversión en función de la senda estimada de la DTF ([Ecuación 11](#)). Las pruebas de estacionariedad aplicadas a las series de inversión y costo de uso del capital (véase Anexo 6.1.3., 6.1.4. y 6.1.5. de Pruebas de estacionariedad y significancia) respaldan la validez de la especificación: las series en logaritmos resultan $I(1)$ y, por tanto, sus primeras diferencias son estacionarias.

Ecuación 11

$$\Delta \log(inv_t) = c + \varphi_1 \Delta \log(Inv_{t-1}) + \varphi_2 \Delta \log(Inv_{t-2}) + \lambda \hat{\varepsilon}_{t-1} + \beta \Delta \log(CUK_t) + \gamma D_{2020.Q2} + \varepsilon_t$$

Donde, Inv_t es la inversión real trimestral (DANE), CUK_t es el costo de uso del capital trimestral de la [Ecuación 9](#), $D_{2020.Q2}$ es una variable indicadora igual a 1 en el segundo trimestre de 2020 y 0 en los demás, c es la constante, φ_1 y φ_2 son los coeficientes autorregresivos sobre los dos primeros rezagos del crecimiento logarítmico de la inversión, θ_1 es el coeficiente de corrección de error, β es la elasticidad del crecimiento de la inversión al crecimiento del CUK, γ es el efecto del shock de la pandemia, ε_t es el término de error, y Δ denota la primera diferencia, de modo que $\Delta \log(X_t) = \log(X_t) - \log(X_{t-1})$.

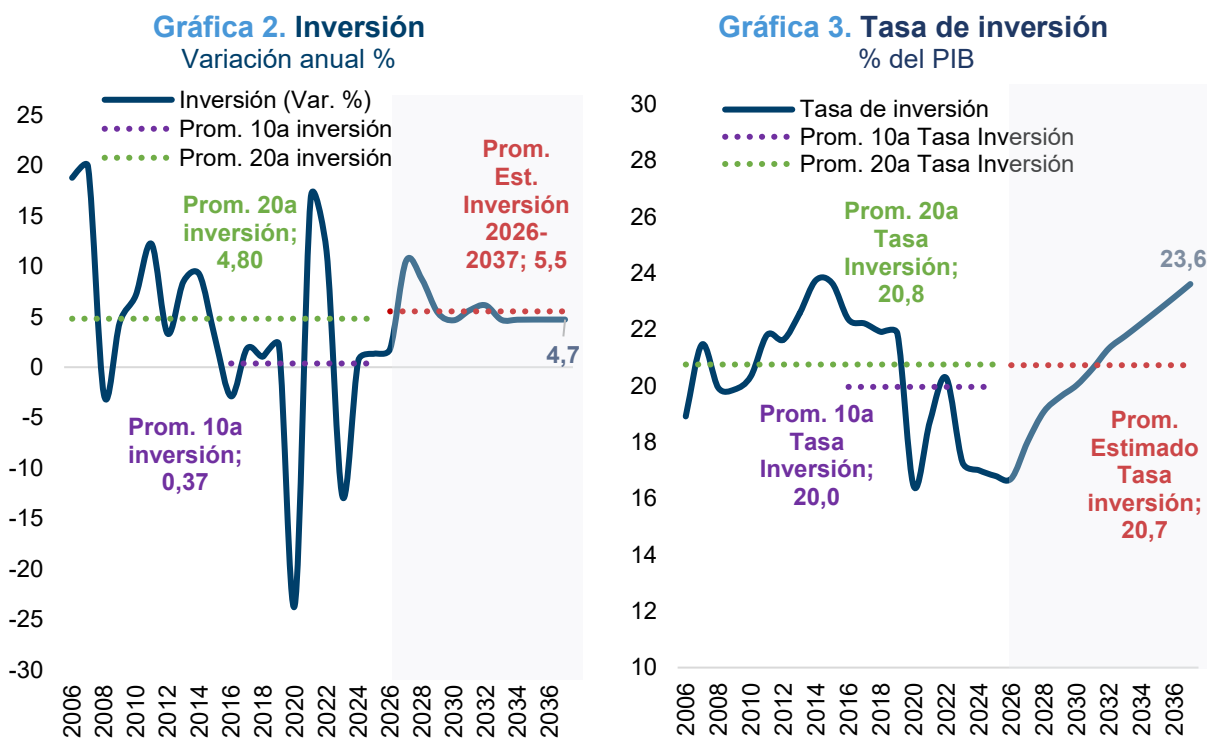
Con base en las pruebas econométricas realizadas, se estima que el crecimiento de la inversión alcanzaría 1,8% en 2026 (frente a 1,3% en 2025) y posteriormente se recuperaría en línea con

¹⁶ Históricamente, la variabilidad del costo de uso del capital ha sido determinada, en gran medida, por su componente asociado a la tasa de interés real. El CARF podría revisar su proyección del costo de uso de capital en el futuro, en función de la estrategia fiscal que se vislumbra para los próximos años, o de medidas de política que puedan tener incidencia en el precio relativo de los bienes de capital.

¹⁷ Las expectativas para TPM se alinean con la *EME de marzo* de 2026, donde los analistas anticipan niveles de 11,75% en 2026, 10% en 2027 y cerca de 9,0% hacia finales de 2028. A partir de entonces, se asume una senda de reducción gradual hasta alcanzar 4,6% en 2032, nivel consistente con un escenario en el que la inflación converge al 3% en ausencia de choques adicionales. Este valor también resulta coherente con niveles históricos de la tasa nominal observados en periodos como junio de 2009 a febrero de 2020, cuando la inflación se mantuvo dentro del rango de tolerancia del Banco de la República.

la normalización de las tasas de interés y crecería 5,5% en el horizonte 2026–2037. Esta dinámica estaría sería consistente con su comportamiento histórico, en la medida que en 2037 el crecimiento sería de 4,7%, similar al promedio de 4,8% de los últimos 20 años, excluyendo los años atípicos de 2020 y 2021) (*Gráfica 2*). Bajo esta trayectoria, la tasa de inversión promediaría 20,7% del PIB tendencial entre 2026 y 2037, y alcanzaría niveles de hasta 23,6%, igualando el máximo observado en 2015. Este resultado es consistente con un escenario en el que el crecimiento de la inversión supera de manera persistente al del PIB tendencial, elevando gradualmente su participación en la economía (*Gráfica 3*).

No obstante, de acuerdo con el modelo estimado, el CARF identifica riesgos a la baja en la trayectoria proyectada de la inversión si: i) la tasa de interés real permanece elevada por un periodo más prolongado al previsto; ii) se incrementa el precio relativo de los bienes de capital; o iii) aumenta la tasa efectiva de tributación en el futuro.



Fuente: Cálculos CARF con base en datos del DANE.

2.1.2.1.4. Utilización de Capacidad Instalada (UCI) observada y tasa natural de utilización de capacidad instalada (NAICU)

Con base en la serie de UCI para el periodo 1994–2025, se estimó un modelo ARIMA(0,1,1) sobre la serie en niveles, equivalente a un MA(1) sobre la serie diferenciada (*Ecuación 12*) para proyectar su trayectoria. Las pruebas (Anexo 6.2.1 y 6.2.2) muestran que la UCI en niveles es I(1), de modo que su primera diferencia es estacionaria y la especificación cumple los criterios estadísticos requeridos para ejercicios de pronóstico. La proyección sugiere que la UCI se

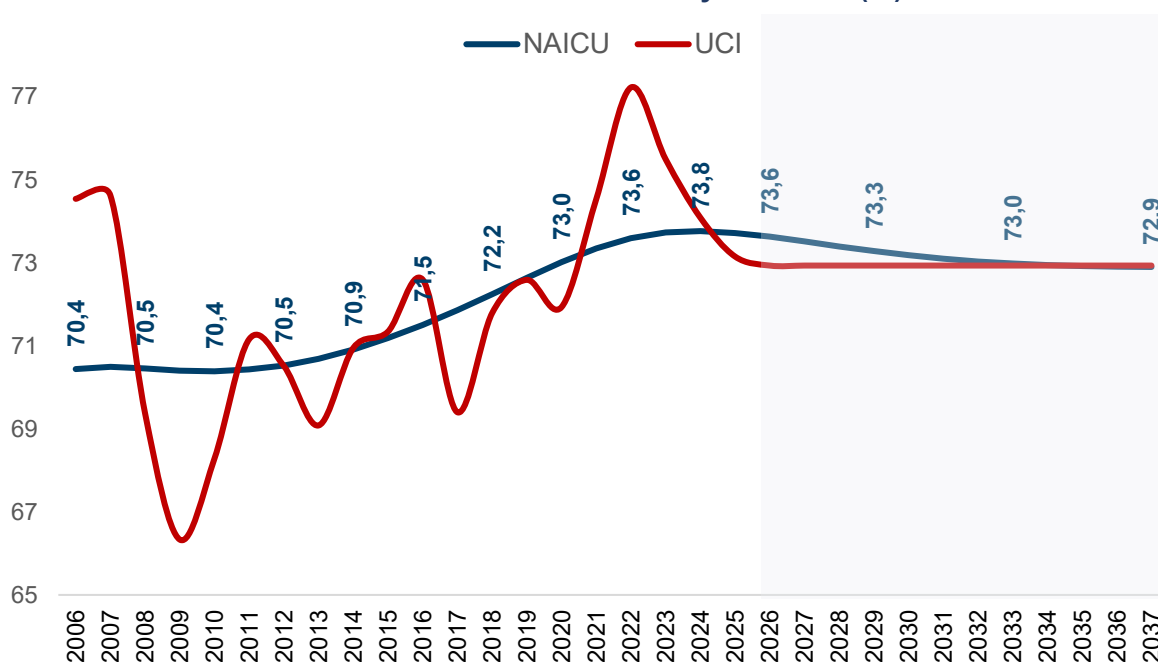
estabiliza en torno a 72,9% a partir de 2026, nivel cercano al promedio de la última década (73,3%) y consistente con el observado en los últimos veinte años (71,8%).

Ecuación 12

$$\Delta UCI_t = \theta^1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

A partir de esta proyección de la UCI, se aplica el filtro HPB para estimar la $NAICU_t$. Como se muestra en la [Gráfica 4](#), el indicador converge gradualmente hacia niveles cercanos a 72,9%, alcanzándolos alrededor de 2034, tras descender desde 73,7% en 2025. Aunque la senda refleja una tendencia de aumento estructural en el uso normal de la capacidad frente a niveles observados en las últimas dos décadas, se estabiliza en niveles inferiores a los excepcionalmente altos de los últimos años.

Gráfica 4. Dinámica de la UCI y la NAICU (%)



Fuente: Cálculos CARF con base en datos de Fedesarrollo.

2.1.2.1.5. Factor de capital tendencial (\bar{K}_t)

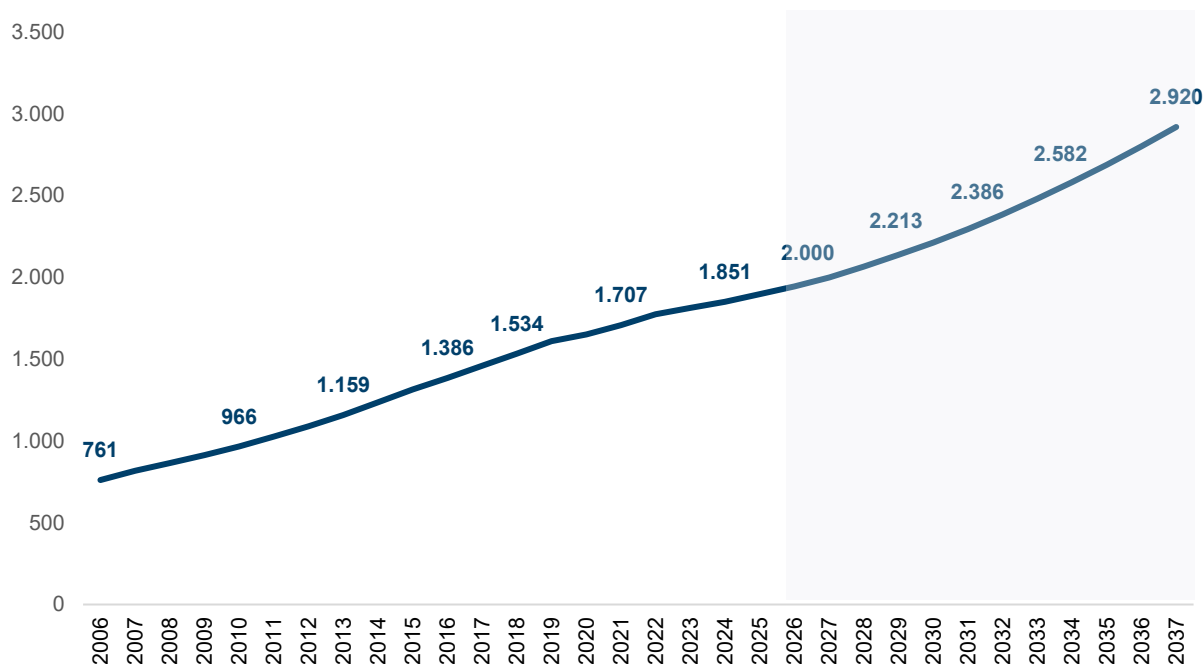
De acuerdo con la [Ecuación 13](#), el capital tendencial \bar{K}_t se estima como el producto entre el acervo de capital productivo K_t y la tasa natural de utilización de la capacidad instalada $NAICU_t$, descrita en la sección anterior. De acuerdo con la [Ecuación 7](#), la proyección del capital requiere tres insumos: i) un punto de partida, correspondiente al último dato disponible de capital productivo K_t para 2024 publicado por el DANE; ii) un supuesto de tasa de depreciación, que equivale a 4,17% y se calcula a partir de la fórmula de acumulación del capital; y iii) los flujos de inversión que se proyectan en cada periodo. Al ajustar el acervo de capital por el factor de utilización, se obtiene el capital tendencial, cuya tasa de crecimiento promedio se ubicaría en 3,7% entre 2026 y 2037. Este ritmo es consistente con el observado en el periodo reciente (3,8% entre 2016 y 2025), aunque inferior al promedio de largo plazo (5% entre 2006 y 2026), que

estuvo impulsado por tasas de acumulación cercanas a 6% en la primera década del siglo y luego tuvo una corrección en la pendiente, como se observa en la [Gráfica 5](#).

Ecuación 13

$$\bar{K}_t = K_t \text{NAICU}_t$$

Gráfica 5. Factor de capital \bar{K}_t
COP Miles de millones de 2015



Fuente: Cálculos CARF.

2.1.2.2. Trabajo tendencial (\bar{L})

2.1.2.2.1. Tasa de desempleo observada y tasa natural de desempleo (NAIRU)

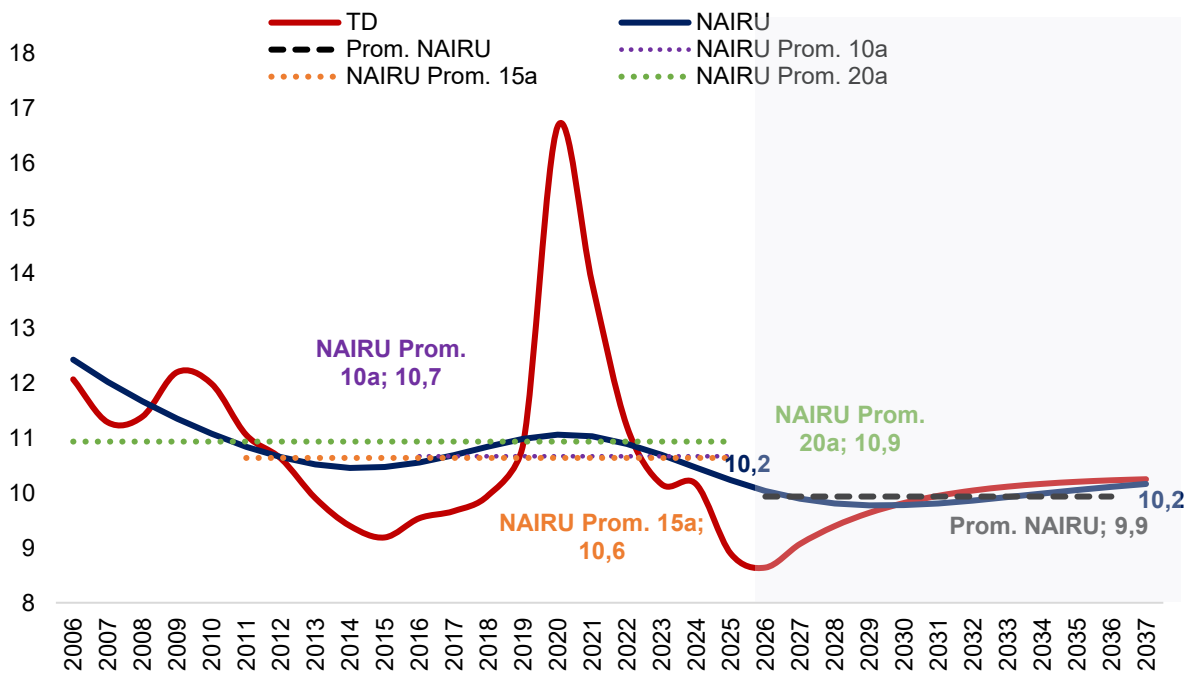
Se realizan las pruebas correspondientes para confirmar la estacionariedad de la serie de tasa de desempleo (Anexo de Pruebas de estacionariedad y significancia 6.3.1 y 6.3.2), y con base en esto se proyecta su trayectoria hasta 2037 mediante un modelo AR(2) con dummies de intervención para los meses de pandemia (abril–julio de 2020) ([Ecuación 14](#)).

Ecuación 14¹⁸

$$\log(TD_t) = c + \varphi_1 \log(TD_{\{t-1\}}) + \varphi_2 \log(TD_{\{t-2\}}) + \gamma_1 D_{2020m4} + \gamma_2 D_{2020m5} + \gamma_3 D_{2020m6} + \gamma_4 D_{2020m7} + \varepsilon_t$$

En los últimos años, la tasa de desempleo se ha ubicado en niveles históricamente bajos, consistente con una fase de brecha del producto positiva y señales de condiciones relativamente estrechas en el mercado laboral. Hacia adelante, se proyecta una convergencia gradual del desempleo hacia niveles consistentes con su equilibrio de mediano plazo, pasando de 8,6% en 2024 y 8,9% en 2025, a niveles cercanos a 10,2% hacia el final del horizonte de proyección, con un promedio de 9,8% en 2026–2037. Esta trayectoria se mantiene por debajo de los promedios históricos (10,1% últimos 10 años y 10,5% últimos 20 años, en ambos casos excluyendo pandemia) y es coherente con episodios previos de brecha del producto cercana al cierre. Con base en esta senda, y mediante la estimación del componente cíclico del desempleo usando el filtro HPB, se deriva una trayectoria para la $NAIRU_t$. Como se muestra en la **Gráfica 6**, la NAIRU converge gradualmente hacia niveles cercanos a 10% y se estabiliza alrededor de 10,2%, en un contexto en el que la brecha del producto es inicialmente positiva y se cierra gradualmente en los próximos años. La NAIRU proyectada por el CARF para el periodo 2026 a 2037 es inferior a la estimada en los últimos 10 y 20 años (10,7% y 10,9%, respectivamente).

Gráfica 6. Tasa de desempleo y NAIRU (%)



Fuente: Cálculos CARF con base en datos del DANE.

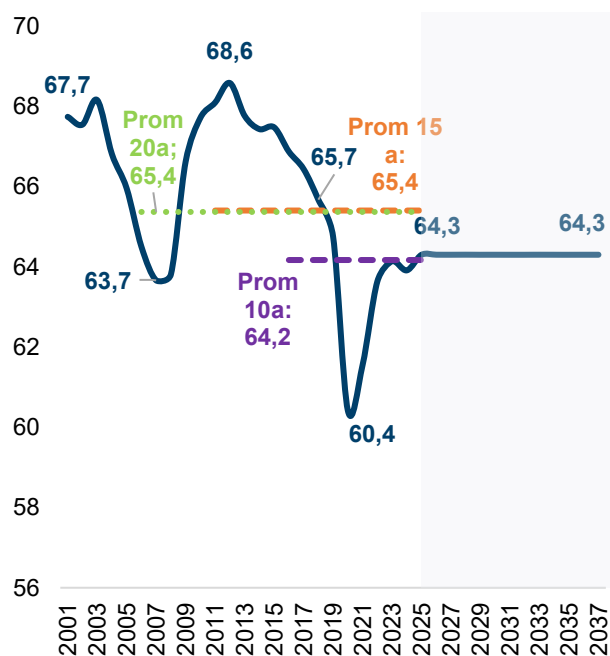
¹⁸ Cada D_i es una variable indicadora para un mes individual del periodo abril–julio de 2020 ($i = \text{abr, may, jun, jul}$). Se emplean dummies separadas, en lugar de una única variable que tome valor 1 en todo el periodo, porque la magnitud del choque pandémico sobre el desempleo difirió entre meses. Una sola dummy impondría un efecto homogéneo y no capturaría esta heterogeneidad temporal. Su inclusión fue validada mediante pruebas de significancia estadística.

2.1.2.2.2. Factor de trabajo tendencial (\bar{L}_t)

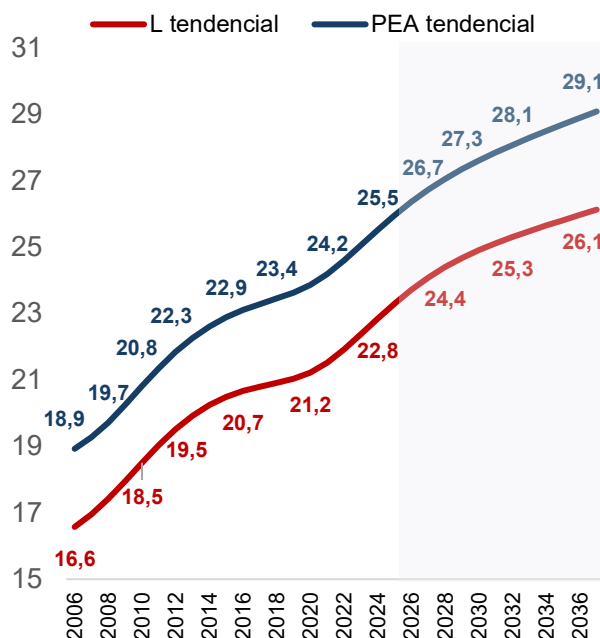
En esta actualización, el punto de partida para la proyección de la PEA en 2025 es de 26,1 millones de personas, con base en la GEIH de diciembre 2025. A partir de este nivel, la trayectoria se construye utilizando las variaciones proyectadas de la población en edad de trabajar del DANE¹⁹. En concreto, el CARF supone que la tasa global de participación se mantiene constante en 64,3%, en línea con el promedio de la última década (64,2%). El CARF supone que la PEA crecerá en promedio 0,9% anual en el periodo 2026–2037; crecimiento promedio de 1,1% anual entre 2026 y 2028, que se moderaría hasta un promedio anual de 0,9% entre 2029 y 2034, y posteriormente hasta 0,7% anual entre 2035 y 2037. Las cifras anteriores son coherentes con un crecimiento anual de los ocupados cercano a 0,8%, y esta dinámica es consistente con el proceso de envejecimiento poblacional y con un menor crecimiento económico de mediano plazo, todo lo demás constante.

Durante las últimas dos décadas la dinámica de la PET y del empleo ha sido similar. En los últimos veinte años, la PET y el empleo crecieron en promedio 1,8% y 1,9% anual, respectivamente. En este sentido, la proyección mantiene una relación estable de largo plazo entre la oferta laboral y la ocupación, en la que el empleo evoluciona de forma consistente con la dinámica demográfica y de participación en el mercado de trabajo (*Gráfica 7*).

Gráfica 7. Tasa Global de Participación (%)



Gráfica 8. Población Económicamente Activa (PEA) filtrada y Factor de trabajo \bar{L}_t



Fuente: Cálculos CARF con base en datos del DANE.

¹⁹ El DANE publica proyecciones demográficas por sexo y grupos etarios, lo que permite desagregar la población mayor de 15 años correspondiente a la PET.

La TGP ha presentado una tendencia negativa durante los últimos veinte años²⁰, y estimaciones preliminares del CARF sobre los efectos de la caída en la tasa de natalidad no muestran mejoras importantes en la tasa de participación. Los cálculos preliminares indican que el efecto de la tasa de fecundidad sobre la TGP total es de apenas 0,1 puntos (+21 mil mujeres nuevas participando en el mercado laboral por año a 2037)²¹. A partir de estos supuestos, y como se presenta en la [Ecuación 15](#), el factor trabajo incluido en la estimación del PIB tendencial se construye a partir de dos componentes: i) la serie proyectada de la PEA, suavizada mediante el filtro HPB, y ii) la tasa natural de desempleo (NAIRU) ([Gráfica 8](#)).

Ecuación 15

$$\bar{L}_t = \overline{PEA}_t(1 - NAIRU_t)$$

2.1.2.3. Productividad total de los factores tendencial (\bar{A})

Para el periodo 2001 a 2025, la PTF se calcula a partir del residuo de Solow y se estima desde 2026 a partir de la [Ecuación 6](#). Dado el reducido tamaño muestral²², los modelos ARIMA puros tienden a presentar diagnósticos poco robustos y carecen de un anclaje económico explícito en el largo plazo. Por ello, la proyección de la PTF a partir de 2026 se realiza mediante un esquema de suavizamiento con ancla de largo plazo, en el que el crecimiento de la PTF converge gradualmente hacia un valor de equilibrio \bar{g} , definido como el promedio histórico (es decir, 0,17%, excluyendo 2020). Este enfoque permite imponer una restricción de largo plazo sobre la dinámica de la PTF, reduciendo la influencia de fluctuaciones transitorias.

La especificación incorpora un componente autorregresivo en desviaciones respecto al ancla ([Ecuación 16](#)). El coeficiente AR(1) estimado, $\rho = -0,07$, no resulta estadísticamente significativo ($p = 0,76$), por lo que el modelo se reduce de facto a un paseo aleatorio con una tendencia determinística igual a g (véase Anexo de Pruebas de estacionariedad y significancia; 6.4.1 y 6.4.2, las cuales verifican que las series utilizadas sean estadísticamente estables en el tiempo y que los parámetros estimados resulten significativos). Posteriormente, conforme a la metodología aplicada en los componentes anteriores, se emplea el filtro HPB para extraer la tendencia de la PTF. Los resultados reflejan una tasa de crecimiento promedio de 0,2% anual entre 2026 y 2037, ligeramente superior al promedio histórico, con una desaceleración gradual desde 0,3% en 2026 hasta 0,2% al final del periodo ([Gráfica 9](#)). Un comportamiento futuro de la PTF en línea con el de la última década representa un riesgo a la baja en la estimación del CARF.

²⁰La Tasa Global de Participación (TGP) presentó una tendencia descendente entre 2014 y 2020, al pasar de 67,4% a 60,4%, y mostró una recuperación posterior, ubicándose en 63,9% en 2025. Dado este comportamiento y considerando la incertidumbre sobre la persistencia de las dinámicas demográficas y de participación observadas recientemente, en este ejercicio se asume una TGP estable en niveles cercanos a su promedio de la última década.

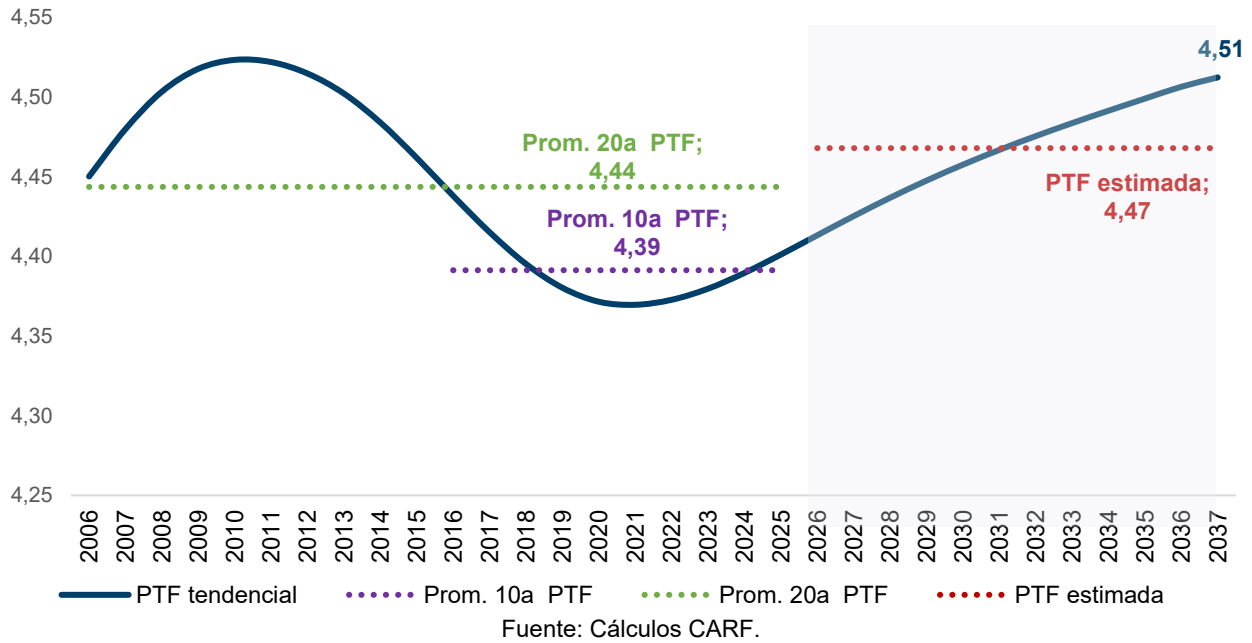
²¹El CARF estima una cota superior del efecto de la fecundidad sobre la participación laboral bajo el supuesto de que cada hijo adicional reduce en 10% la probabilidad de empleo formal (Ramírez et al., 2026; ESPE No. 111). En este ejercicio se aplica la relación inversa, de modo que una menor fecundidad incrementa dicha probabilidad. Los resultados sugieren que la TGP aumentaría de 64,3% a 64,4%, equivalente a aproximadamente 248,3 mil mujeres adicionales en la fuerza laboral (alrededor de 21 mil por año). No obstante, la literatura documenta que las mujeres asumen en mayor medida las labores de cuidado de adultos mayores, lo que podría limitar estos efectos sobre la participación laboral.

²²Serie anual con 25 observaciones.

Ecuación 16

$$\Delta \log(PTF_t) - \bar{g} = \rho (\Delta \log(PTF_{t-1}) - \bar{g}) + \varepsilon_t$$

Gráfica 9. Productividad Total de los Factores (PTF) filtrada



2.1.2.4. Resultados desde el enfoque de función de producción

El Cuadro 2 muestra los resultados de las estimaciones y el pronóstico del PIB tendencial desde el enfoque de la función de producción en el horizonte 2022 – 2037 así como su tasa de crecimiento. La estimación del PIB tendencial para 2025 es de 2,5% y sugiere que se mantendría estable alrededor de ese nivel en 2026 y 2027, para luego acelerarse ligeramente hasta un promedio de 2,6% entre 2028 y 2037. **En promedio, el PIB se aceleraría ligeramente frente al estimado de los últimos diez años de 2,5%²³, y crecería 2,6% en la próxima década.**

²³ Sin contar periodos de pandemia 2020 y 2021.

Cuadro 2. PIB tendencial y su crecimiento, 2022-2036
COP Miles de millones de 2015

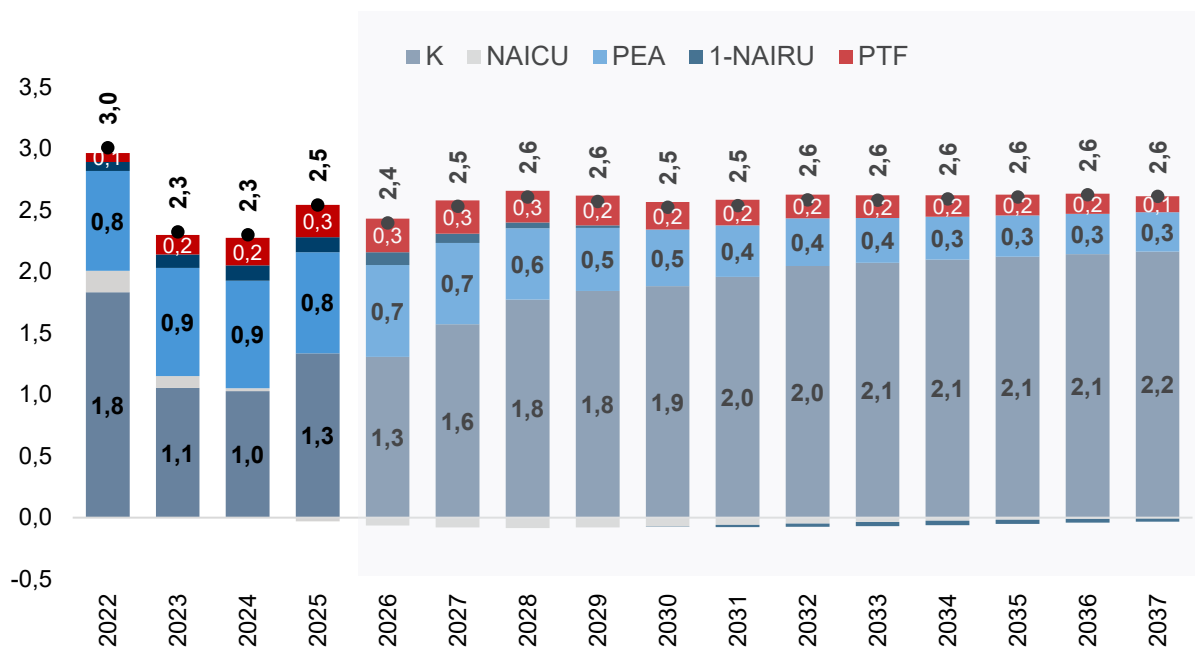
Año	PIB Tendencial	Crecimiento PIB Tendencial
2022	941.503	3,0
2023	963.385	2,3
2024	985.558	2,3
2025	1.010.623	2,5
2026	1.034.837	2,4
2027	1.061.031	2,5
2028	1.088.696	2,6
2029	1.116.686	2,6
2030	1.144.883	2,5
2031	1.173.935	2,5
2032	1.204.273	2,6
2033	1.235.379	2,6
2034	1.267.396	2,6
2035	1.300.440	2,6
2036	1.334.599	2,6
2037	1.369.479	2,6

Fuente: Cálculos CARF.

La *Gráfica 10* muestra la contribución de los factores al crecimiento del PIB tendencial entre 2022 y 2037, distinguiendo el periodo observado (hasta 2025) del proyectado. En este último, la tasa de crecimiento converge hacia niveles cercanos a 2,6%, pero con una composición que cambia a lo largo del tiempo. En todo el periodo de proyección el principal determinante del crecimiento del PIB tendencial es el factor capital. En una primera fase, hasta 2030, la contribución del factor trabajo es más importante (del orden de 0,5–0,7 pps por año), mientras que el capital va aumentando su aporte desde niveles históricamente bajos, en medio de elevadas tasas de interés real.

A partir de 2030, esta dinámica se reconfigura. El aporte del trabajo se modera gradualmente, en línea con el agotamiento paulatino del dividendo demográfico, y se estabiliza en niveles cercanos a 0,3 pps. En contraste, el capital gana protagonismo como motor del crecimiento tendencial, impulsado por la recuperación progresiva de la tasa de inversión. Esta trayectoria es consistente con un escenario de normalización de las tasas de interés reales, que reduce el costo del capital y favorece la acumulación en el mediano plazo. El aporte de la productividad total de los factores permanecería constante en niveles moderados a lo largo del periodo de proyección.

Gráfica 10. Contribución al crecimiento del PIB tendencial (2022-2037)



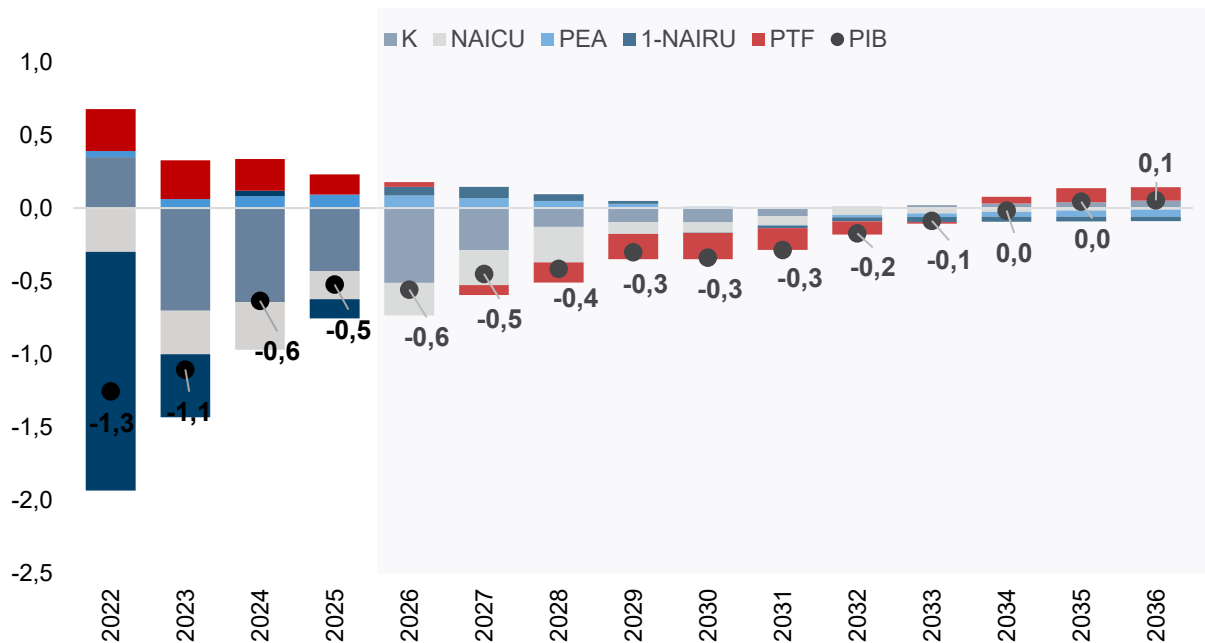
Fuente: Cálculos CARF.

En la edición anterior, el CARF identificó varios factores de incertidumbre que podrían dar lugar a revisiones en las estimaciones para esta edición. En particular, en la edición pasada se consideró que la recuperación de la inversión podría ser más lenta si las tasas de interés reales permanecen elevadas por más tiempo, si aumenta la tributación efectiva sobre las empresas o si se encarecen los bienes de capital. En línea con esto, la estimación 2026 muestra que el aporte del capital en los primeros años es menor frente a la edición pasada, reflejando el entorno reciente de tasas de interés más altas²⁴ (*Gráfica 11*).

Adicionalmente, en la proyección previa se asumía una estabilización de la NAICU en niveles relativamente altos en términos históricos, lo que introducía un sesgo al alza en la estimación. Con la incorporación de la información más reciente de la UCI para 2025, este supuesto se ajusta, corrigiendo a la baja el nivel hacia el cual converge la utilización de la capacidad instalada en el horizonte de proyección. Las diferencias en el aporte del factor trabajo frente a la estimación anterior son marginales.

²⁴ La revisión de la proyección de capital en el corto plazo obedece, en parte, a que en 2025 el CARF anticipó un crecimiento de la inversión (6%) superior al observado (1,3%). Adicionalmente, a partir de esta actualización el Comité utiliza el acervo de capital productivo del DANE, una medida más consistente con la dinámica de acumulación de capital.

Gráfica 11. Contribución a la diferencia en el crecimiento del PIB tendencial (CARF 2026 vs CARF 2025)



Fuente: Cálculos CARF.

2.2. Metodología B: Filtro de Kalman con estimación bayesiana

El CARF incorpora un modelo de filtro de Kalman con estimación bayesiana para fortalecer la estimación del PIB tendencial. Esta sección del documento describe la implementación, calibración y validación de un modelo de estado-espacio con estimación bayesiana.

La formulación del filtro multivariado se cimienta en los modelos en representación estado espacio multivariada propuestos por Holston et al. (2023) y por Blagrove et al. (2015) para la estimación conjunta de variables macroeconómicas latentes. El filtro multivariado parte de metodologías ampliamente usadas para estimar el PIB tendencial combinando información de actividad económica, inflación, desempleo y utilización de capacidad. A diferencia del enfoque tradicional de función de producción, este método estima de manera conjunta el PIB tendencial, su crecimiento y la brecha del producto, junto con los parámetros del modelo, incorporando además la incertidumbre de forma explícita²⁵. Esto permite obtener una trayectoria central para el PIB tendencial, así como también bandas de credibilidad alrededor de las estimaciones y proyecciones. Adicionalmente, al integrar en un solo marco relaciones macroeconómicas como la curva de Phillips, la ley de Okun y una función de comportamiento de la capacidad instalada,

²⁵ El valor agregado del enfoque bayesiano radica en estimar de manera conjunta los componentes latentes (PIB tendencial, crecimiento tendencial y brecha) y los parámetros estructurales en una sola pasada de muestreo, en lugar de la descomposición secuencial y determinística por bloques que caracteriza al enfoque de función de producción.

el enfoque asegura coherencia entre las distintas señales que utiliza para inferir el comportamiento de la economía.

El enfoque combina tres elementos: una **representación de estado-espacio** que describe formalmente la dinámica conjunta del PIB tendencial, su crecimiento y la brecha del producto a través de ecuaciones de transición y de medición; el **filtro de Kalman**, que entrega la verosimilitud condicional de los estados latentes dada la información observada y permite el suavizado de las trayectorias; y la **estimación bayesiana**, que produce las distribuciones posteriores de los parámetros estructurales y de los estados, incorporando información a priori sobre las anclas estructurales del modelo.

La complementariedad entre el filtro de Kalman con estimación bayesiana y la función de producción no es solo conceptual. Las anclas estructurales que identifican los niveles de las series latentes en el modelo de estado-espacio con estimación bayesiana provienen directamente del modelo de función de producción CARF 2026, e ingresan al modelo como distribuciones a priori informativas. Tales anclajes corresponden al crecimiento tendencial de largo plazo $g_{SS} = 0,63194$ trimestral (equivalente a 2,56% anual aritmético), a la NAIRU post pandemia $u_{SS} = 10,09\%$ y a la utilización de capacidad de equilibrio postpandemia $CU_{SS0} = 73,29\%$. Con esta calibración estructural común, el modelo aprovecha la información contenida en los datos para refinar las estimaciones, preservando al mismo tiempo consistencia con los niveles de referencia del modelo de función de producción. Además, incorpora explícitamente la incertidumbre alrededor de esas estimaciones, una dimensión que el enfoque por función de producción no captura.

Esta sección se organiza de la siguiente manera: la sección 2.2.1 describe los datos utilizados y sus fuentes, y presenta la especificación del modelo de estado-espacio con estimación bayesiana, sus ecuaciones de transición y de medición, y la estructura de distribuciones a priori y anclas. La sección 2.2.2 reporta los detalles del muestreo, los diagnósticos de convergencia y las distribuciones posteriores de los estados latentes y de los parámetros estructurales. La sección 2.2.3 presenta los resultados centrales del ejercicio, que comprenden el PIB tendencial, el crecimiento tendencial y la brecha del producto, con bandas de credibilidad para el período histórico 2001Q1 a 2025Q4 y la proyección 2026 a 2037. La sección 2.2.4 concluye. Los anexos recogen las pruebas de estacionariedad de las series observadas, los diagnósticos del modelo en la tradición de Harvey (1989), así como la validación predictiva dentro y fuera de muestra.

2.2.1. Metodología y datos utilizados para el cálculo del PIB tendencial

2.2.1.1. Datos utilizados

El modelo se estima sobre datos trimestrales correspondientes al período 2001Q1 a 2025Q4, con un total de cien observaciones por serie. El vector de observables incluye el PIB real, la inflación total y la tasa de desempleo nacional, provenientes del DANE, así como la utilización de capacidad instalada, proveniente de Fedesarrollo. Las expectativas de inflación de los analistas provienen de la encuesta EME del Banco de la República, e ingresan al modelo como variable exógena en la ecuación de inflación.

2.2.1.2. Especificación en representación estado espacio

Vector de estado del modelo: el producto observado se divide entre un componente tendencial \bar{Y}_t y una brecha del producto y_t , que evolucionan junto con la tasa de crecimiento tendencial g_t :

Ecuación 17

$$\alpha_t = (\bar{Y}_t, g_t, y_t)^\top$$

Ecuaciones de transición: el vector de estado reúne los componentes latentes del sistema (producto tendencial, crecimiento tendencial y brecha del producto), cuya dinámica se describe mediante las siguientes ecuaciones de variables no observables:

Ecuación 18

$$\begin{aligned}\bar{Y}_t &= \bar{Y}_{t-1} + g_{t-1} + \delta_{covid} \cdot D_t^{Q2} + \eta_t^{\bar{Y}}, \\ g_t &= (1 - \theta) g_{t-1} + \theta g_{SS} + \eta_t^g, \\ y_t &= \phi y_{t-1} + \eta_t^y.\end{aligned}$$

El producto tendencial sigue un paseo aleatorio con deriva y absorbe el choque negativo del segundo trimestre de 2020 mediante el indicador D_t^{Q2} con coeficiente δ_{covid} . La tasa de crecimiento tendencial es estacionaria, con velocidad de reversión θ hacia el ancla de largo plazo g_{SS} . La brecha del producto sigue un proceso autorregresivo de primer orden con persistencia ϕ . Los choques estructurales $\eta_t^{\bar{Y}}$, η_t^g y η_t^y son gaussianos y mutuamente independientes.

Ecuaciones de medición: conectan las variables observables con el vector de estado, proporcionando las relaciones económicas a través de las cuales los datos informan la estimación de las variables latentes (no observables).

- La identidad contable del PIB, el producto observado se descompone entre tendencia y ciclo, se trata como una identidad exacta sin error de medición:

Ecuación 19

$$\text{PIB}_t = \bar{Y}_t + y_t,$$

- Curva de Phillips: relaciona la inflación con la brecha del producto, el componente inercial de la inflación y las expectativas. El modelo usa una formulación híbrida de Galí y Gertler (1999):

Ecuación 20

$$\pi_t = \beta y_t + \lambda_{\text{exp}} E[\pi]_t + (1 - \lambda_{\text{exp}}) \pi_{t-1} + \sum_{j \in J_\pi} \delta^{\pi,j} D_t^j + \varepsilon_t^\pi,$$

- Ley de Okun: el mercado laboral complementa esta identificación al vincular inversamente la brecha del producto con el desempleo. El modelo recoge tanto la respuesta del desempleo al ciclo económico como su persistencia y convergencia hacia su nivel de equilibrio:

Ecuación 21

$$u_t = -\gamma y_t + \rho_u u_{t-1}^{obs} + \rho_{u2} u_{t-2}^{obs} + (1 - \rho_u - \rho_{u2}) u_{SS} + \sum_{j \in J_u} \delta^{u,j} D_t^j + \varepsilon_t^u,$$

- Utilización de capacidad: la brecha del producto también se refleja en el grado de uso de los recursos productivos. Cuando la actividad opera por encima o por debajo de su nivel tendencial, esto tiende a manifestarse en mayores o menores niveles de utilización de capacidad, por lo que esta variable aporta una señal adicional sobre presiones en la economía:

Ecuación 22

$$CU_t = \lambda_{cu} y_t + \rho_{cu} CU_{t-1}^{obs} + \rho_{cu2} CU_{t-2}^{obs} + (1 - \rho_{cu} - \rho_{cu2}) CU_{SS0} + \sum_{j \in J_{CU}} \delta^{CU,j} D_t^j + \varepsilon_t^{CU}.$$

Las pendientes β , γ y λ_{cu} identifican la brecha del producto y_t a partir de la información que aportan, respectivamente, la curva de Phillips, la ley de Okun y la dinámica de la utilización de capacidad. Las anclas u_{SS} y CU_{SS0} corresponden a los niveles de equilibrio de la tasa de desempleo y de la utilización de capacidad, respectivamente. Las expectativas de inflación $E[\pi]_t$ entran como variable exógena en la curva de Phillips con peso λ_{exp} , lo que da carácter híbrido a la formulación al combinar la dimensión prospectiva con el componente inercial.

Las variables indicadoras D_t^j absorben perturbaciones puntuales en cada ecuación de medición. En la curva de Phillips, J_π recoge los trimestres 2015Q4 a 2016Q2, 2009Q2 y 2022Q4. En la ecuación de desempleo, J_u contiene los trimestres 2002Q4, 2003Q1 y 2006Q3. En la ecuación de utilización de capacidad, J_{CU} recoge los trimestres 2008Q2, 2017Q4 y 2018Q1.

La pandemia introduce heterocedasticidad adicional en los choques de transición y en los choques de medición. La varianza de los choques de transición de la tasa de crecimiento tendencial y de la brecha del producto se amplía mediante los escaladores κ^g y κ^y activos durante el período comprendido entre 2020Q1 y 2022Q2. La varianza de los choques de medición se amplía con un escalador κ que toma el valor κ_{covid} durante el episodio agudo entre 2020Q1 y 2020Q3 y el valor $\kappa_{postcovid}$ durante el período posterior entre 2020Q4 y 2022Q2. Fuera de esas ventanas los escaladores valen 1 y la covarianza de los choques recobra su forma estacionaria. Este tratamiento sigue la propuesta de Holston et al. (2023), que adapta al contexto de modelos en representación estado espacio el procedimiento desarrollado por Lenza y Primiceri (2022) para autorregresiones vectoriales.

El vector de innovaciones de medición tiene una distribución t -Student multivariada con ν grados de libertad,

$$\varepsilon_t \sim t_\nu(0, H_t),$$

donde H_t es la matriz de covarianza diagonal de tamaño 4×4 cuyas entradas para los canales de inflación, desempleo y utilización de capacidad son $\kappa_t^2 \sigma_\pi^2$, $\kappa_t^2 \sigma_u^2$ y $\kappa_t^2 \sigma_{CU}^2$, respectivamente. La elección de la distribución t -Student permite acomodar colas pesadas en las innovaciones, sin

necesidad de ampliar el conjunto de variables indicadoras, y los grados de libertad ν se estiman conjuntamente con el resto de los parámetros estructurales.²⁶

2.2.1.3. Supuestos del modelo de estado-espacio

La consistencia del filtro de Kalman y la identificación de los estados latentes descansan sobre un conjunto de supuestos estándar (Harvey, 1989; Durbin y Koopman, 2012). Su cumplimiento empírico se documenta en detalle en los Anexos 5.5 a 5.7; en lo que sigue se enuncian los que estructuran la especificación.

- **Esperanza nula y momentos finitos:** Las perturbaciones de transición y de medición satisfacen $E[\eta_t] = 0$ y $E[\varepsilon_t] = 0$, con $\text{Var}(\eta_t) = Q$ y $\text{Var}(\varepsilon_t) = H$ definidas positivas. En esta especificación H es diagonal 4×4 .
- **Independencia serial.** No existe autocorrelación en las perturbaciones: $\text{Cov}(\eta_t, \eta_s) = 0$ y $\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$ para $t \neq s$.
- **Ortogonalidad entre transición y medición:** Las perturbaciones de las dos ecuaciones son mutuamente independientes: $\text{Cov}(\eta_t, \varepsilon_s) = 0$ para todo t, s .
- **Exogeneidad del estado inicial:** El vector inicial es independiente de las perturbaciones futuras: $\text{Cov}(\alpha_1, \eta_t) = \text{Cov}(\alpha_1, \varepsilon_t) = 0$ para todo t . Aquí α_1 se construye determinísticamente con un filtro Hodrick–Prescott sobre $100 \cdot \log \text{PIB}_t$ y las anclas estructurales $(g_{SS}, u_{SS}, CU_{SS,0})$.
- **Estacionariedad de los estados I(0):** El crecimiento potencial g_t y la brecha del producto y_t son procesos AR(1) estacionarios: $\theta \in (0,1)$ garantiza la reversión de g_t hacia g_{SS} , y $\varphi \in (0,1)$ la de y_t hacia cero.
- **Cointegración:** El PIB potencial \bar{Y}_t es I(1) por construcción (random walk con drift estocástico). La identidad de medición $100 \cdot \log \text{PIB}_t = \bar{Y}_t + y_t$ obliga a que el observable y la tendencia cointegren con vector $(1, -1)$, siendo la brecha y_t el residuo I(0).
- **Verosimilitud t-Student multivariada:** El vector de innovaciones se distribuye t_ν con $\nu > 2$ estimado conjuntamente con los demás parámetros, lo cual robustece la inferencia frente a observaciones extremas como las registradas durante la pandemia de COVID-19.

La verificación empírica de estos supuestos se realiza mediante una batería de pruebas sobre las innovaciones v_t estandarizadas (Ljung–Box, Jarque–Bera, heterocedasticidad de Harvey, Hosking y Mardia multivariados) y sobre las perturbaciones filtradas $\hat{\eta}_{t|t} = K_t v_t$, complementadas con verificación predictiva bayesiana paramétrica (Gelman et al., 2013) sobre las perturbaciones suavizadas. La estacionariedad de los observables se documenta con pruebas Dickey–Fuller aumentadas, siguiendo el procedimiento de Enders (2004), reportadas en el Anexo 5.5. Los resultados consolidados, presentados en los Anexos 5.6 y 5.7, son consistentes con el conjunto de supuestos enunciados: el modelo aprueba las pruebas sobre innovaciones con una puntuación Harvey de 201/206 ($\approx 98\%$), la verificación predictiva bayesiana no rechaza la

²⁶ La elección de la verosimilitud t-Student conlleva trade-offs: la identificación de los grados de libertad ν es sensible a la especificación del prior y a la longitud de la muestra; las colas pesadas pueden atenuar la respuesta a choques estructurales legítimos al tratarlos como ruido; y para valores grandes de ν la distribución tiende asintóticamente a la gaussiana, por lo que el beneficio marginal sobre una verosimilitud Normal depende de la magnitud estimada del parámetro.

hipótesis de iid sobre las perturbaciones, y el pronóstico fuera de muestra (MAPE 0.50%, U_T de Theil = 0.76) supera holgadamente al benchmark de paseo aleatorio.

2.2.1.4. Distribuciones a priori y anclas

La especificación bayesiana del modelo se completa con las distribuciones a priori sobre los parámetros clave, que incorporan tanto relaciones económicas conocidas como referencias estructurales provenientes del modelo de función de producción. Estos supuestos también permiten modelar la incertidumbre asociada a perturbaciones económicas, capturar eventos extraordinarios como la pandemia y considerar episodios puntuales que pudieron alterar el comportamiento de las variables. Adicionalmente, el uso de una distribución t-Student en la estimación aporta mayor robustez frente a observaciones atípicas o episodios de volatilidad inusual, reduciendo la sensibilidad del modelo a valores extremos. El crecimiento tendencial de largo plazo g_{SS} , la NAIRU u_{SS} y la utilización de capacidad de equilibrio CU_{SS0} entran al modelo como distribuciones gaussianas a priori centradas en los valores producidos por el modelo de función de producción CARF 2026. Las desviaciones de estas distribuciones reflejan la incertidumbre asociada a la calibración estructural y permiten que la información que aportan los observables actualice marginalmente las anclas en la posterior.

La mayor parte de los parámetros estructurales de las relaciones macroeconómicas adopta distribuciones débilmente informativas a priori, centradas en cero o en valores neutrales y con varianzas amplias que dejan a los datos determinar la posterior. La velocidad de reversión θ y el peso de las expectativas λ_{exp} adoptan distribuciones más concentradas que recogen la información proveniente del modelo macroeconómico 4GM del Banco de la República. Las desviaciones estándar de los choques de transición y de medición reciben una distribución Cauchy centrada en cero con parámetro de escala 5 truncada al semieje positivo, siguiendo la recomendación de Gelman (2006) para parámetros de escala en modelos jerárquicos. Los grados de libertad de la verosimilitud t-Student reciben una distribución Gamma truncada. El detalle completo de las distribuciones a priori aparece en el [Cuadro 3](#).

Cuadro 3. Distribuciones a priori del modelo

Parámetro	Símbolo	Distribución a priori	Origen
Parámetro	Símbolo	Distribución a priori	Origen
Pendiente Phillips	β	$N(0, 1) T[0,001, 5]$	Débilmente informativa
Coefficiente Okun	γ	$N(0, 1) T[0,001, 5]$	Débilmente informativa
Pendiente CU	λ_{cu}	$N(0, 5) T[0,1, 10]$	Débilmente informativa
Peso de expectativas	λ_{exp}	Beta(3, 2)	Banco de la República
Persistencia ciclo	ϕ	Beta(2, 2)	Débilmente informativa
Velocidad de reversión	θ	$N(0,15, 0,20) T[0,001, 0,80]$	Banco de la República
<i>Persistencias autorregresivas en la medición</i>			
u rezago 1	ρ_u	$N(0, 1) T[-0,99, 0,99]$	Débilmente informativa

u rezago 2	ρu_2	$N(0, 0,5) T[-0,99, 0,99]$	Débilmente informativa
CU rezago 1	ρ_{cu}	$N(0, 1) T[-0,99, 0,99]$	Débilmente informativa
CU rezago 2	ρ_{cu2}	$N(0, 0,5) T[-0,99, 0,99]$	Débilmente informativa
<i>Anclas estructurales</i>			
Crecimiento tendencial	gSS	$N(0,63194, 0,03) T[0,1, 1,5]$	FP CARF 2026
NAIRU	uSS	$N(10,0924, 3,0) T[5, 15]$	FP CARF 2026
Utilización de capacidad	CUSS0	$N(73,2860, 4,0) T[60, 80]$	FP CARF 2026
<i>Escaladores y salto de la pandemia</i>			
Medición episodio agudo	κ_{covid}	$N(3, 2) T[1, 20]$	Débilmente informativa
Medición episodio posterior	$\kappa_{postcovid}$	$N(1,5, 0,5) T[1, 5]$	Débilmente informativa
Transición ciclo	$\kappa_y, covid$	$N(3, 2) T[1, 10]$	Débilmente informativa
Transición tasa	$\kappa_g, covid$	$N(3, 2) T[1, 10]$	Débilmente informativa
Salto Y en 2020Q2	δ_{covid}	$N(-3, 1,5) T[-15, 0]$	Débilmente informativa
<i>Variables indicadoras</i>			
u 2002Q4	δu_{02Q4}	$N(0, 5) T[-10, 10]$	Débilmente informativa
u 2003Q1	δu_{03Q1}	$N(0, 5) T[-10, 10]$	Débilmente informativa
u 2006Q3	δu_{06Q3}	$N(0, 5) T[-10, 10]$	Débilmente informativa
π 2015Q4 a 2016Q2	$\delta \pi, dev$	$N(0, 5) T[-10, 10]$	Débilmente informativa
π 2009Q2	$\delta \pi_{09Q2}$	$N(0, 5) T[-10, 10]$	Débilmente informativa
π 2022Q4	$\delta \pi_{22Q4}$	$N(0, 5) T[-10, 10]$	Débilmente informativa
CU 2008Q2	δCU_{08Q2}	$N(0, 2) T[-10, 10]$	Débilmente informativa
CU 2017Q4	δCU_{17Q4}	$N(0, 2) T[-10, 10]$	Débilmente informativa
CU 2018Q1	δCU_{18Q1}	$N(0, 2) T[-10, 10]$	Débilmente informativa
<i>Desviaciones estándar de los choques</i>			
Tendencia	σ_Y	Cauchy(0, 5) truncada a $(0, \infty)$	Gelman (2006)
Crecimiento	σ_g	Cauchy(0, 5) truncada a $(0, \infty)$	Gelman (2006)
Brecha	σ_y	Cauchy(0, 5) truncada a $(0, \infty)$	Gelman (2006)
Inflación	σ_π	Cauchy(0, 5) truncada a $(0, \infty)$	Gelman (2006)

Desempleo	σ	Cauchy(0, 5) truncada a $(0, \infty)$	Gelman (2006)
Capacidad	σ_{cu}	Cauchy(0, 5) truncada a $(0, \infty)$	Gelman (2006)
<i>Grados de libertad de la verosimilitud</i>			
Verosimilitud t-Student	ν	Gamma(2, 0,1) T[2,1, 100]	Débilmente informativa

Fuente: Elaboración CARF.

Nota: Las anclas g_{SS}, u_{SS} y CU_{SS_0} provienen del modelo de función de producción CARF 2026. Las desviaciones estándar de los choques siguen a Gelman (2006). Una distribución a priori débilmente informativa asigna probabilidad positiva sobre un rango amplio de valores plausibles del parámetro, de modo que aporta información sin dominar la estimación. Bajo este enfoque, la posterior está mayoritariamente determinada por los datos; la consistencia entre prior y posterior no constituye por sí sola una validación fuerte de la especificación, pero confirma que la inferencia no depende de imponer información concentrada a priori. En próximas versiones del modelo, el CARF prevé incorporar distribuciones a priori más informativas, construidas a partir de las anclas del modelo de función de producción Cobb–Douglas, también con base en la elicitación del juicio experto de los miembros del Comité.

2.2.2. Estimación

2.2.2.1. Muestreo y convergencia

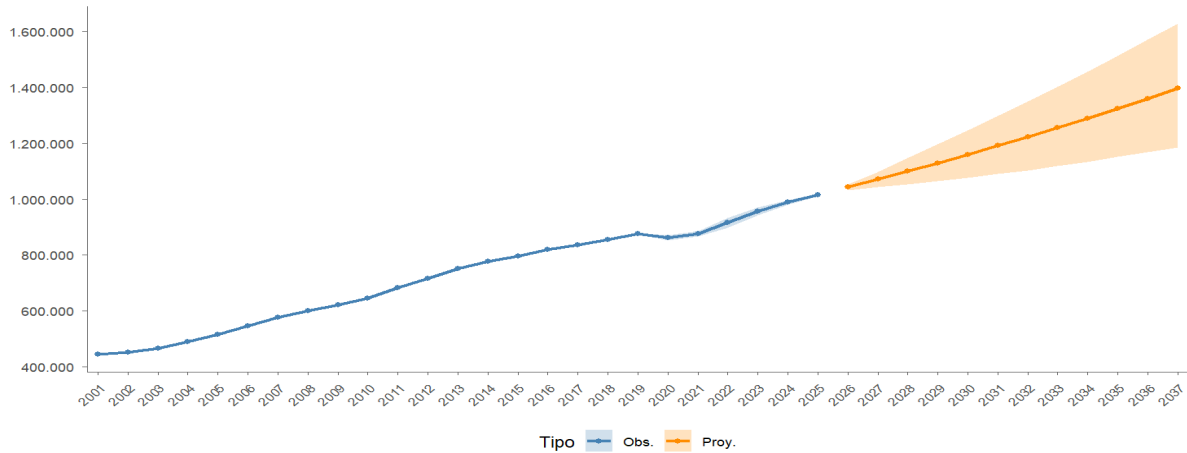
La distribución posterior conjunta de los estados latentes (\bar{Y}_t , g_t y y_t) y de los parámetros estructurales del modelo se aproxima mediante simulación de Monte Carlo con cuatro cadenas independientes. La estimación conjunta permite cuantificar tanto la incertidumbre marginal sobre cada componente como las dependencias entre ellos que induce el filtro bayesiano.

La convergencia se evalúa con el estadístico \hat{R} rango-normalizado y el tamaño efectivo de muestra propuestos por Vehtari et al. (2021), sobre la base original de Gelman y Rubin (1992). Todos los parámetros y estados latentes presentan $\hat{R} \leq 1,001$ y un tamaño efectivo de la muestra posterior superior a 5 100. Las trazas exhiben una mezcla adecuada entre cadenas y la precisión obtenida es suficiente para reportar los percentiles de la posterior que se utilizan en las secciones siguientes.

2.2.2.2. Estados latentes

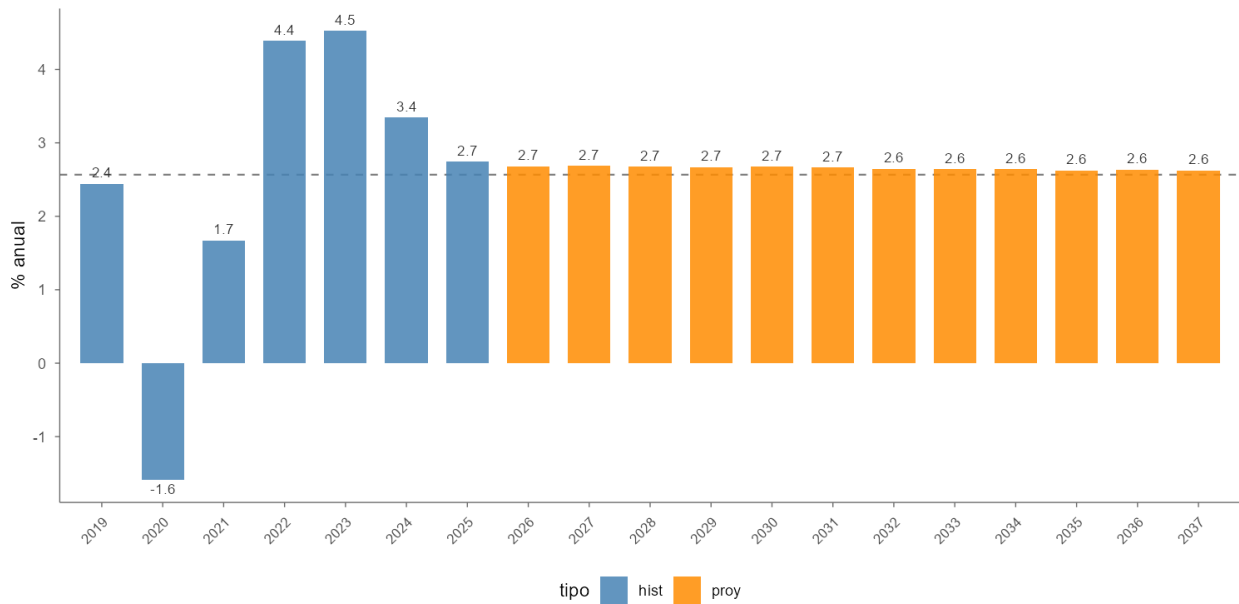
Las distribuciones posteriores marginales de los componentes del vector de estado se reportan en frecuencia anual. La trayectoria del PIB tendencial aparece en la [Gráfica 12](#) con la media de la posterior y la banda de credibilidad del 90%, mientras que el crecimiento tendencial se presenta en la [Gráfica 13](#) mediante la media anual de la posterior. Los percentiles del 5% y 95% correspondientes a ambas series se reportan en el [Cuadro 5](#) de la sección de resultados.

Gráfica 12. PIB tendencial anual



Fuente: Elaboración CARF.

Gráfica 13. Crecimiento anual del PIB tendencial



Fuente: Elaboración CARF.

El PIB tendencial estimado es en promedio de 2,6% entre 2026 y 2037, y presenta una trayectoria suave a lo largo del período, característica natural de un componente tendencial. Durante el episodio agudo de la pandemia los escaladores asociados al período acomodan la caída transitoria sin forzar una revisión permanente del nivel tendencial. La tasa de crecimiento

tendencial se mantiene cercana al ancla de largo plazo g_{SS} con desvíos puntuales en períodos de cambio cíclico marcado.

2.2.3.3 Parámetros estructurales

Las distribuciones posteriores marginales de los parámetros estructurales y de los hiperparámetros del modelo se reportan en el [Cuadro 4](#). Para cada parámetro se indican la media, la mediana, los percentiles del 5% y 95%, y el estadístico de convergencia \hat{R} .

Cuadro 4. Distribuciones posteriores de los parámetros estructurales del modelo

Media, mediana, percentiles del 5% y 95% de la posterior y el estadístico rango-normalizado \hat{R}

Parámetro	Símbolo	Media	Mediana	q05	q95	R
Pendiente Phillips	β	0,317	0,313	0,213	0,435	1,000
Coefficiente Okun	γ	0,095	0,090	0,025	0,181	1,000
Pendiente CU	λ_{cu}	0,289	0,269	0,121	0,521	1,000
Peso de expectativas	λ_{exp}	0,305	0,305	0,224	0,390	1,000
Persistencia ciclo	ϕ	0,757	0,764	0,635	0,857	1,001
Velocidad de reversión	θ	0,150	0,129	0,027	0,346	1,001
<i>Persistencias autorregresivas en la medición</i>						
u rezago 1	ρ_u	0,734	0,733	0,592	0,878	1,000
u rezago 2	ρ_{u2}	0,174	0,173	0,040	0,306	1,000
CU rezago 1	ρ_{cu}	0,696	0,697	0,536	0,851	1,000
CU rezago 2	ρ_{cu2}	0,091	0,092	-0,042	0,226	1,001
<i>Anclas estructurales</i>						
Crecimiento tendencial	g_{SS}	0,642	0,642	0,593	0,691	1,000
NAIRU	u_{SS}	9,87	10,01	8,05	11,16	1,001
Utilización de capacidad	CU_{SS0}	71,14	71,11	70,03	72,34	1,000
<i>Escaladores y salto de la pandemia</i>						
Medición episodio agudo	κ_{covid}	4,92	4,83	3,39	6,78	1,000
Medición episodio posterior	$\kappa_{postcovid}$	2,12	2,11	1,67	2,62	1,000
Transición ciclo	$\kappa_{y,covid}$	6,11	6,04	4,41	8,10	1,000
Transición tasa	$\kappa_{g,covid}$	2,81	2,56	1,18	5,26	1,000
Salto Y en 2020Q2	δ_{covid}	-4,45	-4,44	-6,71	-2,20	1,001
<i>Variables indicadoras</i>						
u 2002Q4	$\delta_{u,02Q4}$	1,63	1,63	0,58	2,66	1,001
u 2003Q1	$\delta_{u,03Q1}$	-1,98	-1,98	-2,98	-1,00	1,001
u 2006Q3	$\delta_{u,06Q3}$	2,45	2,45	1,45	3,46	1,000
π 2015Q4 a 2016Q2	$\delta_{\pi,dev}$	1,63	1,63	1,11	2,14	1,000
π 2009Q2	$\delta_{\pi,09Q2}$	-1,41	-1,42	-2,23	-0,56	1,000
π 2022Q4	$\delta_{\pi,22Q4}$	1,43	1,42	0,56	2,32	1,000

CU 2008Q2	$\delta_{CU,08Q2}$	-3,03	-3,08	-4,81	-1,11	1,000
CU 2017Q4	$\delta_{CU,17Q4}$	-4,37	-4,41	-6,00	-2,56	1,000
CU 2018Q1	$\delta_{CU,18Q1}$	3,52	3,55	1,65	5,27	1,001
<i>Desviaciones estándar de los choques de transición</i>						
Tendencia	σ_Y	0,294	0,287	0,030	0,589	1,001
Crecimiento	σ_g	0,200	0,186	0,089	0,357	1,000
Brecha	σ_y	0,654	0,656	0,511	0,793	1,000
<i>Desviaciones estándar de los choques de medición</i>						
Inflación	σ_π	0,468	0,466	0,397	0,547	1,000
Desempleo	σ_u	0,536	0,534	0,468	0,613	1,000
Capacidad	σ_{cu}	1,066	1,061	0,923	1,226	1,000
<i>Grados de libertad de la verosimilitud</i>						
Verosimilitud t-Student	v	21,96	19,06	8,87	44,68	1,000

Fuente: Elaboración CARF.

Las pendientes estructurales se sitúan en valores económicamente razonables. La pendiente de la curva de Phillips β con media 0,317 y la pendiente de la utilización de capacidad λ_{cu} con media 0,289 identifican la brecha del producto a partir de la presión de demanda sobre la inflación y de la utilización efectiva de la capacidad instalada. El coeficiente de Okun γ con media 0,095 es relativamente reducido, consistente con una identificación parcial de la brecha por el canal del desempleo cuando el canal de utilización de capacidad asume parte de la información cíclica. El peso de las expectativas λ_{exp} en la curva de Phillips tiene media 0,305, lo que asigna una porción comparable a la dimensión prospectiva y a la persistencia rezagada de la inflación.

La persistencia del ciclo ϕ con media 0,757 es intermedia y consistente con ciclos macroeconómicos de duración estándar. La velocidad de reversión θ del crecimiento tendencial hacia su ancla de largo plazo se sitúa en 0,150, lo que produce una dinámica suave del crecimiento tendencial alrededor de g_{SS} . Los grados de libertad de la verosimilitud t -Student con media 21,96 se ubican en una región que admite colas modestamente más pesadas que la distribución gaussiana.

2.2.3. Resultados

Esta sección consolida los resultados centrales del modelo. El [Cuadro 5](#) reporta el nivel del PIB tendencial, su tasa de crecimiento anual y la brecha del producto, con la media de la posterior y los percentiles del 5% y 95%, para los años de cierre del período histórico (2024 y 2025) y para todo el horizonte de proyección 2026 a 2037.

El nivel del PIB tendencial al cierre de 2025 alcanza *COP* 1.015.915 miles de millones según la media de la posterior, en línea con la magnitud reportada por el modelo de función de producción CARF 2026. La trayectoria proyectada continúa creciendo a un ritmo cercano al ancla estructural g_{SS} y alcanza *COP* 1.389.651 miles de millones en 2037.

Cuadro 5. PIB tendencial 2024 a 2037

Año	COP Miles de millones constantes de 2015	Crecimiento (%)
2024	988.760	3,4
2025	1.015.915	2,7
2026	1.043.170	2,7
2027	1.071.109	2,7
2028	1.099.671	2,7
2029	1.128.882	2,7
2030	1.158.774	2,6
2031	1.189.381	2,6
2032	1.220.733	2,6
2033	1.252.860	2,6
2034	1.285.789	2,6
2035	1.319.546	2,6
2036	1.354.158	2,6
2037	1.389.651	2,6

Fuente: Elaboración CARF. Nota: Para crecimiento se reporta la media.

El crecimiento tendencial proyectado se mantiene cercano a 2,6% anual a lo largo del horizonte 2026-2037. Esta cifra es consistente con la calibración estructural heredada y refleja la convergencia gradual de g_t hacia g_{SS} a la velocidad θ implícita en la posterior.

2.2.4. Conclusiones

El modelo de estado-espacio con estimación bayesiana que se ha presentado complementa la metodología de función de producción del CARF al estimar de manera conjunta el PIB tendencial, su tasa de crecimiento y la brecha del producto a través de una sola estructura. La calibración estructural heredada se conserva como distribuciones a priori sobre las anclas g_{SS} , u_{SS} y CU_{SS0} , y la inferencia entrega bandas de credibilidad coherentes para todas las magnitudes latentes y para la proyección de mediano plazo.

Los resultados centrales del ejercicio son consistentes con la información que aportan los observables. El crecimiento tendencial proyectado para el horizonte 2026 a 2037 tiene una media de 2,6% anual. La NAIRU posterior se sitúa en 9,87% con intervalo de credibilidad del 90% entre 8,05% y 11,16%, y la utilización de capacidad de equilibrio en 71,14% (con intervalo de credibilidad del 90% entre 70,03% y 72,34%), ambas magnitudes consistentes con la información del periodo de estimación.

El principal aporte del enfoque bayesiano frente al enfoque por función de producción radica en la cuantificación natural de la incertidumbre. La banda de credibilidad del nivel del PIB tendencial se amplía de manera sustantiva entre el último año observado (2025) y el horizonte de 2037, lo que refleja la acumulación de la varianza de los choques de transición a lo largo del horizonte de pronóstico.

Las próximas iteraciones del modelo pueden ampliar el conjunto de observables, incorporar restricciones adicionales sobre la trayectoria de mediano plazo o explorar especificaciones

alternativas de la curva de Phillips. Esos desarrollos son compatibles con la arquitectura presentada y se evaluarán en función de su contribución a la robustez de la inferencia y a la consistencia con el marco estructural del CARF.

2.3. Escenario central CARF 2026

El escenario central del CARF se construye como una combinación de los enfoques de Función de Producción y Filtro de Kalman con estimación bayesiana, aprovechando sus ventajas para obtener una estimación del PIB tendencial a partir de la combinación de ambos enfoques. El CARF promedió el nivel del PIB tendencial estimado en ambos modelos, en reconocimiento de las fortalezas y limitaciones de cada tipo de modelo. En este sentido, el promedio no se interpreta como una solución mecánica, sino como una estrategia para balancear información proveniente de enfoques conceptualmente distintos y obtener una medida central más estable y prudente para fines de análisis macroeconómico y fiscal.

Bajo este enfoque, se privilegia la robustez sobre una precisión aparente derivada de una única metodología, reconociendo explícitamente la incertidumbre inherente a la estimación del producto tendencial y fortaleciendo la consistencia técnica del ejercicio frente a versiones previas.

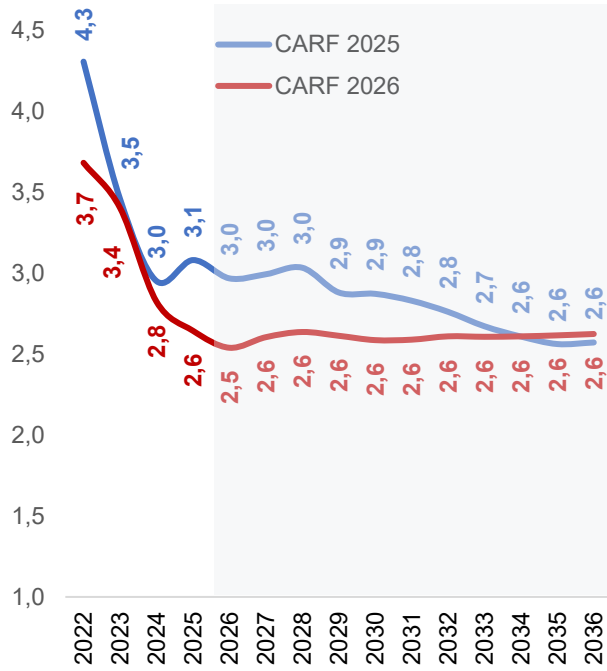
Las estimaciones actualizadas del PIB tendencial por parte del CARF indican que el crecimiento tendencial promediará 2,6% entre 2026 y 2037 (Gráfica 14 y Cuadro 6). Ambas metodologías arrojan resultados a grandes rasgos consistentes.

Cuadro 6. PIB tendencial y su crecimiento, 2022-2036 (COP Miles de millones constantes de 2015)

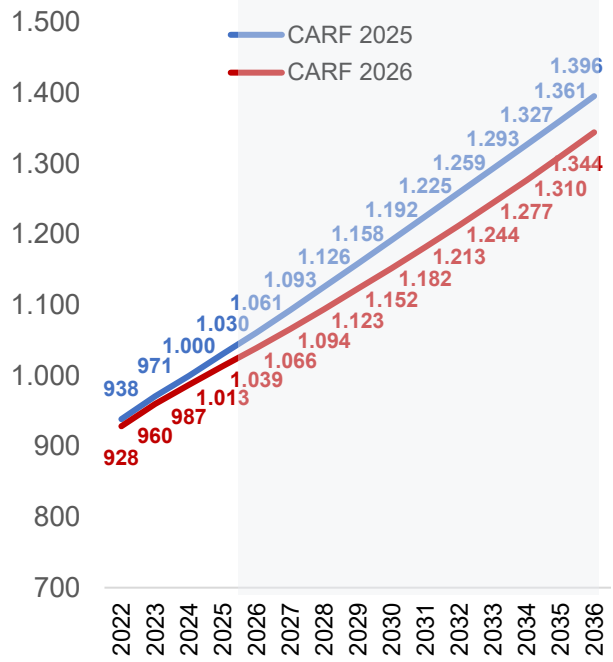
Año	PIB Tendencial	Crecimiento PIB Tendencial
2022	928.427	3,7
2023	960.037	3,4
2024	987.159	2,8
2025	1.013.269	2,6
2026	1.039.003	2,5
2027	1.066.070	2,6
2028	1.094.184	2,6
2029	1.122.784	2,6
2030	1.151.828	2,6
2031	1.181.658	2,6
2032	1.212.503	2,6
2033	1.244.119	2,6
2034	1.276.592	2,6
2035	1.309.993	2,6
2036	1.344.378	2,6
2037	1.379.565	2,6

Fuente: Cálculos CARF.

**Gráfica 14. Crecimiento del PIB tendencial
(CARF 2026 vs CARF 2025)**
Variación anual, %



**Gráfica 15. Niveles del PIB tendencial
(CARF 2026 vs CARF 2025)**
COP Miles de millones de 2015



Fuente: Cálculos CARF.

3. Balance de riesgos sobre el crecimiento tendencial

La estimación del PIB tendencial está sujeta a un conjunto de riesgos, tanto a la baja como al alza, asociados a la evolución de sus principales determinantes. Por el lado bajista, tasas de reales de interés mayores a las previstas en esta estimación, aumentos en los impuestos al capital o en los precios relativos de los bienes de capital serían consistentes con una recuperación más lenta de la inversión. En la misma línea, la evolución de la productividad total de los factores, podría alinearse con promedios históricos más bajos —incluso negativos en algunas ventanas—, reduciendo el crecimiento tendencial. Adicionalmente, una tasa de depreciación mayor a la asumida o una utilización estructural de la capacidad instalada (NAICU) inferior a la estimada podrían reducir el aporte efectivo del capital al crecimiento.

Por el lado alcista, aumentos en la tasa global de participación femenina podría incrementar el dinamismo del factor trabajo con sus correspondientes efectos positivos en el crecimiento del PIB tendencial. En particular, la reducción sostenida de la tasa de fecundidad podría traducirse en mayores tasas de participación laboral femenina, como sugieren estudios del Banco de la República (Ramírez-Giraldo et al., 2026). De acuerdo con el DANE, la proporción de población de 0 años se reduciría de 718 mil a 655 mil en 2030, y a 567 mil en 2037, lo que podría incrementar la tasa global de participación y generar efectos positivos sobre el crecimiento tendencial. No obstante, este canal está sujeto a incertidumbre, en la medida en que la menor carga de cuidado infantil podría verse compensada por una mayor demanda de cuidado de adultos mayores, limitando el aumento neto en la participación.

Existe alta incertidumbre sobre la dinámica futura de la tasa de desempleo estructural. Por un lado, si el favorable desempeño de la tasa de desempleo en los últimos años prueba ser persistente, el CARF podría revisar a la baja la estimación de la NAIRU, lo que derivaría en un mayor crecimiento del PIB tendencial. Por otro, el aumento en los costos de contratación formal (tanto por la reforma laboral como por la secuencia de aumentos importantes en el salario mínimo real) podrían incrementar la NAIRU en los próximos años o limitar el aporte del factor trabajo al PIB de mediano plazo. En particular, el encarecimiento de las horas extra y recargos podría incentivar esquemas de contratación con más trabajadores y menos horas por persona, reduciendo la tasa de desempleo, sin que eso necesariamente se traduzca en un mayor aporte a la producción tendencial. Esto es relevante en un contexto en el que se ha reformado la duración de la jornada laboral y donde las horas promedio por ocupado asalariado han mostrado una tendencia descendente en los últimos años, pasando de 46,1 horas en 2022 a 45,3 en 2023 y 44,4 en 2024 (una caída promedio de 1,9%)²⁷.

²⁷ Tomado de la matriz de trabajo elaborada por el DANE.

4. Bibliografía

- Blagrave, P., Garcia-Saltos, R., Laxton, D., y Zhang, F. (2015). *A simple multivariate filter for estimating potential output* (IMF Working Paper No. WP/15/79). International Monetary Fund.
- Durbin, J., y Koopman, S. J. (2012). *Time series analysis by state space methods* (Vol. 38). Oxford University Press.
- Enders, W. (2004). *Applied econometric time series*. John Wiley & Sons.
- Galí, J., y Gertler, M. (1999). Inflation dynamics: A structural econometric analysis. *Journal of Monetary Economics*, 44(2), 195–222.
- Gelman, A. (2006). Prior distributions for variance parameters in hierarchical models (comment on article by Browne and Draper). *Bayesian Analysis*, 1(3), 515–534.
- Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., y Rubin, D. B. (2013). *Bayesian data analysis* (3.^a ed.). Chapman and Hall/CRC.
- Gelman, A., y Rubin, D. B. (1992). Inference from iterative simulation using multiple sequences. *Statistical Science*, 7(4), 457–472.
- Gollin, D. (2002). Getting income shares right. *Journal of Political Economy*, 110(2), 458–474. <https://doi.org/10.1086/338747>
- Hall, V., y Thomson, P. (2022). *A boosted HP filter for business cycle analysis: Evidence from New Zealand's small open economy* (CAMA Working Papers 2022–45). Centre for Applied Macroeconomic Analysis, Crawford School of Public Policy, The Australian National University.
- Harvey, A. C. (1989). *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*. Cambridge University Press.
- Harvey, A. C., y Koopman, S. J. (1992). Diagnostic checking of unobserved-components time series models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(4), 377–389.
- Hicks, J. R. (1963). *The theory of wages* (2.^a ed.). Macmillan.
- Holston, K., Laubach, T., y Williams, J. C. (2023). *Measuring the natural rate of interest after COVID-19* (Federal Reserve Bank of New York Staff Reports, No. 1063). Federal Reserve Bank of New York.
- Hoyos Martín, A. F. y Mendoza Martínez, M. F. (2008). El costo de uso del capital como determinante de la inversión en Colombia. *Revista del Banco de la República*, 81(972), 11–26.
- Koopman, S. J. (1993). Disturbance smoother for state space models. *Biometrika*, 80(1), 117–126.
- Jorgenson, D. W. (1963). Capital Theory and Investment Behavior. *American Economic Review*, 53(2), 247–259.
- Lee, S., Liao, Y., Seo, M. H., y Shin, Y. (2021). Sparse HP filter: Finding kinks in the COVID-19 contact rate. *Journal of Econometrics*, 220(1), 158–180.

- Lenza, M., y Primiceri, G. E. (2022). How to estimate a vector autoregression after March 2020. *Journal of Applied Econometrics*, 37(4), 688–699.
- Phillips, P. C. B., y Shi, Z. (2021). Boosting: Why you can use the HP filter. *International Economic Review*, 62(2), 659–694. <https://doi.org/10.1111/iere.12495>
- Ramírez, M. T. (Comp.). (2025). Explorando las brechas de género en Colombia. *Revista ESPE – Ensayos sobre Política Económica*, (111), 1–125.
- Rincón-Castro, H., & Delgado-Rojas, M. E. (2017). ¿Cuánto tributan efectivamente el consumo, el trabajo y el capital en Colombia? *Coyuntura Económica*, 47(1 y 2), 97–135.
- Rincón-Castro, H. (2021). *¿Cuánto tributan efectivamente el consumo, el trabajo y el capital en Colombia? Cálculos con las Cuentas Nacionales base 2015* (Borradores de Economía No. 1161). Banco de la República de Colombia.
- Servén, L. y Solimano, A. (1993). Striving for Growth after Adjustment: The Role of Capital Formation. World Bank Regional and Sectoral Studies. Washington, D.C.: The World Bank.
- Ramírez-Giraldo, M. T., et al. (2026). Explorando las brechas de género en Colombia. *Ensayos sobre Política Económica (ESPE)*, (111). <https://doi.org/10.32468/espe111>
- Solow, R. M. (1956). A contribution to the theory of economic growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65–94.
- Vehtari, A., Gelman, A., Simpson, D., Carpenter, B., y Bürkner, P.-C. (2021). Rank-normalization, folding, and localization: An improved \hat{R} for assessing convergence of MCMC (with discussion). *Bayesian Analysis*, 16(2), 667–718.
- Ziwei Mei, Peter C.B. Phillips, and Zhentao Shi (2024). The Boosted Hodrick-Prescott Filter Is More General Than You Might Think', *Journal of Applied Econometrics*, 39(7), 1260-1281

5. Anexos: Pruebas de estacionariedad y significancia

Las pruebas reportadas en estos anexos siguen el procedimiento secuencial de Enders (2004), que ajusta la especificación del test de raíz unitaria a las características de cada serie. Las etapas relevantes son: A1, regresión ADF inicial con constante, tendencia y p rezagos (típicamente $p=4$); A2, validación de los residuos de A1 mediante Breusch-Godfrey y Dickey-Fuller; A3, especificación reducida ADF(q) cuando algunos rezagos resultan significativos; A4 y A5, regresión DF(0) con tendencia y validación de sus residuos, cuando ningún rezago es significativo; A7 y A8, regresión DF(0) sin tendencia y validación de sus residuos, cuando la tendencia no resulta significativa; B1, test final de raíz unitaria sobre la especificación que pasó las validaciones; B2, re-estimación con dummy de shock exógeno (por ejemplo, pandemia 2020) cuando B1 no rechaza la hipótesis nula; y C, test de Zivot-Andrews con quiebre endógeno, aplicado únicamente cuando ni B1 ni B2 rechazan la hipótesis nula y el tamaño muestral lo permite. Las etapas no aplicables a una serie particular se omiten.

5.1. Costo del uso del capital (CUK) y crecimiento de la inversión

5.1.1. Estacionariedad DTF

Cuadro 7. ADF(4) τ_T — DTF

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,072	0,041	1,771	0,078
DTF(-1)	-0,015	0,005	-2,861	0,005
Tendencia	0,000	0,000	0,988	0,324
D(DTF(-1))	0,560	0,061	9,175	0,000
D(DTF(-2))	0,095	0,070	1,355	0,177
D(DTF(-3))	0,097	0,070	1,385	0,167
D(DTF(-4))	0,046	0,062	0,740	0,460

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(4) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 2, 3, 4 de la primera diferencia — DTF.

Cuadro 8. ADF(1) τ_T — DTF

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,045	0,040	1,130	0,260
DTF(-1)	-0,010	0,005	-2,096	0,037
Tendencia	0,000	0,000	1,026	0,306
D(DTF(-1))	0,700	0,044	16,003	0,000

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(1) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1 de la primera diferencia — DTF.

Cuadro 9. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — DTF

Orden	Estadístico F	p Valor
1	3,831	0,051
2	1,909	0,150
3	2,035	0,109
4	1,605	0,173
5	1,396	0,226
6	3,832	0,001
7	3,298	0,002
8	2,886	0,004
9	2,578	0,007
10	2,318	0,013

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 10. ADF(0) τ — Residuos sin tendencia DTF

τ	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
-18,4774	-2,580	-1,950	-1,62

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos sin tendencia DTF.

Cuadro 11. ADF(1) $\tau\mu$ — DTF

Variable	Coficiente	SE	t	p Valor
C	0,067	0,034	1,941	0,053
DTF(-1)	-0,010	0,005	-2,013	0,045
D(DTF(-1))	0,703	0,044	16,119	0,000

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión DF(1) con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y 1 rezago de la primera diferencia — DTF.

Cuadro 12. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — DTF

Orden	Estadístico F	p Valor
1	3,889	0,050
2	1,938	0,146
3	2,052	0,107
4	1,618	0,170
5	1,410	0,221
6	3,876	0,001
7	3,331	0,002
8	2,913	0,004
9	2,606	0,007
10	2,345	0,011

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 13. ADF(0) τ — Residuos sin tendencia DTF

τ	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
-18,4811	-2,580	-1,950	-1,62

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos sin tendencia DTF.

Cuadro 14. ADF(1) $\tau\mu$ — DTF

Especificación	τ	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
DF/ADF con constante, 1 rezago	-2,013	-3,440	-2,870	-2,570

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba Dickey-Fuller con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1 de la primera diferencia — DTF.

Conclusión DTF. El test final corresponde a una regresión Dickey-Fuller con constante, sin tendencia y un rezago de la primera diferencia. El estadístico $\tau = -2,01$ no rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria al 5% (valor crítico = -2,87), por lo que se concluye que la DTF es I(1). En el modelo ECM, la DTF ingresa en primera diferencia.

5.1.2. Estacionariedad TPM

Cuadro 15. ADF(4) τ_r — TPM

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,048	0,035	1,363	0,174
TPM(-1)	-0,013	0,005	-2,969	0,003
Tendencia	0,000	0,000	1,653	0,100
D(TPM(-1))	0,372	0,061	6,080	0,000
D(TPM(-2))	0,120	0,057	2,122	0,035
D(TPM(-3))	0,486	0,057	8,569	0,000
D(TPM(-4))	-0,145	0,061	-2,358	0,019

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(4) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 2, 3, 4 de la primera diferencia — TPM.

Cuadro 16. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — TPM

Orden	Estadístico F	p Valor
1	0,031	0,861
2	0,173	0,841
3	0,115	0,951
4	0,086	0,987
5	0,189	0,967
6	0,395	0,882
7	0,371	0,919
8	0,420	0,909
9	0,528	0,854
10	0,492	0,894

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 17. ADF(4) τ_r — TPM

Especificación	τ	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
DF/ADF con tendencia, 4 rezagos	-2,969	-3,980	-3,420	-3,130

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba Dickey-Fuller con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 2, 3, 4 de la primera diferencia — TPM.

Conclusión TPM. El test final corresponde a una regresión ADF con constante, tendencia y cuatro rezagos de la primera diferencia. El estadístico $\tau = -2,97$ no rechaza la hipótesis nula al 5% (valor crítico = -3,42), por lo que se concluye que la TPM es I(1). En el modelo ECM, la TPM ingresa en primera diferencia como regresor.

5.1.3. Estacionariedad CUK

Cuadro 18. ADF(4) τ_r — CUK

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,288	0,149	1,927	0,058
CUK(-1)	-0,150	0,069	-2,168	0,034
Tendencia	0,000	0,001	-0,216	0,830
D(CUK(-1))	0,264	0,117	2,251	0,027
D(CUK(-2))	-0,021	0,121	-0,175	0,017
D(CUK(-3))	0,031	0,119	0,262	0,039
D(CUK(-4))	-0,092	0,119	-0,772	0,043

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(4) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y 1, 2, 3 y 4 rezagos de la primera diferencia — CUK.

Cuadro 19. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — CUK

Orden	Estadístico F	p Valor
1	0,001	0,982
2	0,000	1,000
3	0,015	0,997
4	0,018	0,999
5	0,082	0,995
6	0,069	0,999
7	0,194	0,986
8	0,338	0,948
9	0,355	0,952
10	0,325	0,972

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 20. ADF(4) τ_μ — CUK

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,266	0,110	2,4254	0,018
CUK(-1)	-0,142	0,057	-2,4701	0,016
D(CUK(-1))	0,258	0,113	2,278	0,026
D(CUK(-2))	-0,028	0,117	-0,2391	0,017
D(CUK(-3))	0,026	0,115	0,2216	0,025
D(CUK(-4))	-0,099	0,114	-0,8721	0,039

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(4) con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y 1, 2, 3 y 4 rezagos de la primera diferencia — CUK.

Cuadro 21. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — CUK

Orden	Estadístico F	p Valor
1	0,000	0,984
2	0,000	1,000
3	0,017	0,997
4	0,019	0,999
5	0,072	0,996
6	0,060	0,999
7	0,202	0,984
8	0,358	0,939
9	0,369	0,946
10	0,337	0,968

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 22. ADF(0) τ — Residuos sin tendencia CUK

τ	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
-8,7433	-2,600	-1,950	-1,61

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos sin tendencia CUK.

Cuadro 23. ADF(4) τ_{μ} — CUK

Especificación	τ	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
DF/ADF con constante, 4 rezagos	-2,470	-3,510	-2,890	-2,580

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba Dickey-Fuller con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 2, 3, 4 de la primera diferencia — CUK.

Conclusión CUK. El test final corresponde a una regresión ADF con constante, sin tendencia y cuatro rezagos de la primera diferencia. El estadístico $\tau = -2,47$ no rechaza la hipótesis nula al 5% (valor crítico = $-2,89$), por lo que se concluye que $\log(\text{CUK})$ es $I(1)$. En el modelo de inversión, el CUK ingresa en primera diferencia logarítmica como regresor.

5.1.4. Estacionariedad inversión

Cuadro 24. ADF(4) τ_r — inversión

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	1,265	0,582	2,173	0,033
Inv(-1)	-0,120	0,057	-2,114	0,038
Tendencia	0,000	0,000	0,416	0,678
D(Inv(-1))	-0,084	0,117	-0,725	0,471
D(Inv(-2))	0,021	0,114	0,181	0,857
D(Inv(-3))	-0,118	0,114	-1,031	0,306
D(Inv(-4))	0,012	0,113	0,106	0,916

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(4) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 2, 3, 4 de la primera diferencia — inversión.

Cuadro 25. ADF(0) τ_r — inversión

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	1,050	0,485	2,166	0,033
Inv(-1)	-0,100	0,047	-2,118	0,037
Tendencia	0,000	0,000	0,739	0,462

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión DF(0) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — inversión.

Cuadro 26. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — inversión

Orden	Estadístico F	p Valor
1	0,420	0,519
2	0,221	0,802
3	0,668	0,574
4	0,502	0,735
5	0,415	0,837
6	0,367	0,898
7	0,620	0,738
8	0,552	0,813
9	0,506	0,866
10	0,550	0,848

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 27. ADF(0) τ — Residuos sin tendencia inversión

T	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
-9,9514	-2,600	-1,950	-1,61

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos sin tendencia inversión.

Cuadro 28. ADF(0) τ_{μ} — inversión

Variable	Coficiente	SE	t	p Valor
C	0,786	0,327	2,403	0,019
Inv(-1)	-0,074	0,031	-2,381	0,020

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión DF(0) con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — inversión.

Cuadro 29. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — inversión

Orden	Estadístico F	p Valor
1	0,682	0,411
2	0,337	0,715
3	0,910	0,440
4	0,674	0,612
5	0,579	0,716
6	0,530	0,784
7	0,867	0,537
8	0,808	0,598
9	0,711	0,697
10	0,805	0,624

Fuente: Cálculos CARF

Cuadro 30. ADF(0) τ — Residuos sin tendencia inversión

T	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
-10,1567	-2,600	-1,950	-1,61

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos sin tendencia inversión.

Cuadro 31. ADF(0) τ_μ — inversión

Especificación	τ	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
DF/ADF con constante, 0 rezagos	-2,381	-3,510	-2,890	-2,580

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba Dickey-Fuller con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — inversión.

Conclusión inversión. El test final corresponde a una regresión Dickey-Fuller con constante, sin tendencia y sin rezagos. El estadístico $\tau = -2,38$ no rechaza la hipótesis nula al 5% (valor crítico = -2,89), por lo que se concluye que $\log(\text{Inversión})$ es I(1). El modelo ARIMAX se especifica sobre la primera diferencia logarítmica.

5.1.5. Regresión DTF y TPM

Cuadro 32. Regresión DTF y TPM

Coefficiente	Valor	SE	t	p Valor
C	0,051	0,017	3,042	0,003
(DTF - TPM)(-1)	-0,077	0,019	-4,144	0,000
$\Delta(\text{TPM})$	0,585	0,043	13,611	0,000
$\Delta(\text{DTF})(-1)$	0,381	0,043	8,859	0,000

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 33. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión

Test	Estadístico	p Valor
BG_F(1)	0,004	0,952
BG_F(2)	0,176	0,916
BG_F(3)	0,935	0,817
BG_F(4)	1,014	0,908
BG_F(5)	1,654	0,895
BG_F(6)	8,232	0,222
BG_F(7)	8,234	0,312
BG_F(8)	8,812	0,358
BG_F(9)	8,995	0,438
BG_F(10)	9,068	0,526

Fuente: Cálculos CARF.

5.1.6. Regresión CUK e inversión

Cuadro 34. Regresión CUK e Inversión

Coefficiente	Valor	SE	t	p Valor
AR(1)	1,070	0,110	9,717	0,000
AR(2)	-0,266	0,115	-2,313	0,021
Intercepto	1,153	0,118	9,771	0,000
CUK	-0,147	0,055	-2,671	0,008
D_2020T2	-38,537	4,625	-8,332	0,000

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 35. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión

Test	Estadístico	p Valor
BG_F(1)	0,207	0,649
BG_F(2)	0,259	0,879
BG_F(3)	0,349	0,951
BG_F(4)	0,559	0,967
BG_F(5)	0,902	0,970
BG_F(6)	2,632	0,853
BG_F(7)	4,012	0,778
BG_F(8)	4,025	0,855
BG_F(9)	4,036	0,909
BG_F(10)	5,461	0,858

Fuente: Cálculos CARF.

5.2. UCI observada y NAICU

5.2.1. Estacionariedad UCI

Cuadro 36. ADF(2) τ_r — UCI

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	45,160	18,210	2,480	0,024
UCI(-1)	-0,651	0,265	-2,457	0,025
Tendencia	0,120	0,085	1,420	0,174
D(UCI(-1))	0,444	0,220	2,017	0,060
D(UCI(-2))	-0,054	0,244	-0,222	0,827

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(2) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 2 de la primera diferencia — UCI.

Cuadro 37. ADF(1) τ — UCI

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	47,531	13,345	3,562	0,002
UCI(-1)	-0,686	0,195	-3,525	0,002
Tendencia	0,128	0,072	1,766	0,093
D(UCI(-1))	0,456	0,202	2,259	0,036

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(1) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1 de la primera diferencia — UCI.

Cuadro 38. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — UCI

Orden	Estadístico F	p Valor
1	0,011	0,918
2	0,077	0,926
3	0,053	0,983
4	0,116	0,975
5	0,111	0,988
6	0,188	0,976
7	0,178	0,986
8	0,149	0,995
9	0,209	0,988
10	0,183	0,994

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 39. ADF(0) τ — Residuos sin tendencia UCI

τ	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
-4,4792	-2,660	-1,950	-1,6

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos sin tendencia UCI.

Cuadro 40. ADF(1) τ — UCI

Especificación	τ	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
DF/ADF con tendencia, 1 rezago	-3,525	-4,380	-3,600	-3,240

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba Dickey-Fuller con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1 de la primera diferencia — UCI.

Conclusión UCI. El test final corresponde a una regresión ADF con constante, tendencia y un rezago de la primera diferencia. El estadístico $\tau = -3,52$ no rechaza la hipótesis nula al 5% (valor

crítico = -3,60), por lo que se concluye que la UCI es I(1). La proyección se realiza mediante un ARIMA(0,1,1) en niveles, equivalente a un MA(1) sobre la serie diferenciada. Por el reducido tamaño muestral ($n = 25$), no se aplica el test de Zivot-Andrews.

5.2.2. Regresión UCI

Cuadro 41. Regresión UCI

Coefficiente	Valor	SE	t	p Valor
MA(1)	0,302	0,236	1,281	0,200

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 42. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión

Test	Estadístico	p Valor
BG_F(1)	0,133	0,715
BG_F(2)	2,784	0,249
BG_F(3)	4,143	0,246
BG_F(4)	4,260	0,372
BG_F(5)	5,233	0,388
BG_F(6)	6,319	0,388
BG_F(7)	6,737	0,457
BG_F(8)	6,737	0,565
BG_F(9)	7,674	0,567
BG_F(10)	7,677	0,660

Fuente: Cálculos CARF.

5.3. Tasa de desempleo observada y NAIRU

5.3.1. Estacionariedad tasa de desempleo

Cuadro 43. ADF(4) τ_r — desempleo

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,114	0,063	1,811	0,072
TD(-1)	-0,049	0,027	-1,810	0,072
Tendencia	0,000	0,000	-0,025	0,980
D(TD(-1))	0,025	0,077	0,321	0,749
D(TD(-2))	0,040	0,077	0,521	0,603
D(TD(-3))	0,059	0,077	0,758	0,450
D(TD(-4))	-0,118	0,077	-1,532	0,128

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(4) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 2, 3, 4 de la primera diferencia — desempleo.

Cuadro 44. ADF(0) τ_r — desempleo

Variable	Coficiente	SE	t	p Valor
C	0,117	0,058	2,002	0,047
TD(-1)	-0,050	0,025	-2,020	0,045
Tendencia	0,000	0,000	0,015	0,988

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión DF(0) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — desempleo.

Cuadro 45. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — desempleo

Orden	Estadístico F	p Valor
1	0,071	0,790
2	0,125	0,882
3	0,264	0,851
4	0,855	0,492
5	0,727	0,604
6	0,882	0,510
7	0,769	0,614
8	0,739	0,657
9	0,994	0,447
10	0,895	0,539

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 46. ADF(0) τ — Residuos sin tendencia desempleo

τ	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
-13,0482	-2,580	-1,950	-1,62

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos sin tendencia desempleo.

Cuadro 47. ADF(0) τ_μ — desempleo

Variable	Coficiente	SE	t	p Valor
C	0,117	0,058	2,0083	0,046
TD(-1)	-0,050	0,025	-2,0469	0,042

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión DF(0) con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — desempleo.

Cuadro 48. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — desempleo

Orden	Estadístico F	p Valor
1	0,071	0,791
2	0,125	0,883
3	0,264	0,852
4	0,855	0,492
5	0,727	0,604
6	0,882	0,509
7	0,769	0,614
8	0,739	0,657
9	0,994	0,447
10	0,895	0,539

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 49. ADF(0) τ — Residuos sin tendencia desempleo

T	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
-13,049	-2,580	-1,950	-1,620

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos sin tendencia desempleo.

Cuadro 50. ADF(0) τ_{μ} — desempleo

Especificación	T	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
DF/ADF con constante, 0 rezagos	-2,047	-3,460	-2,880	-2,570

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba Dickey-Fuller con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — desempleo.

Cuadro 51. ADF(0) τ_{μ} — desempleo

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,158	0,044	3,594	0,000
y_lag	-0,069	0,019	-3,709	0,000
D_shock	0,489	0,042	11,607	0,000

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba Dickey-Fuller con dummies covid_2020Q2 — desempleo.

Cuadro 52. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión B2[con dummies] — desempleo

Orden	Estadístico F	p Valor
1	14,827	0,000
2	7,986	0,000
3	5,311	0,002
4	4,025	0,004
5	3,709	0,003
6	3,189	0,005
7	2,759	0,010
8	2,509	0,013
9	2,273	0,020
10	2,655	0,005

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 53. ADF(0) τ — Residuos B2[con dummies] desempleo

T	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
-17,767	-2,580	-1,950	-1,620

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos B2[con dummies] desempleo.

Conclusión tasa de desempleo. El test B1 sin dummy (Dickey-Fuller con constante, sin tendencia, sin rezagos) arroja $\tau = -2,05$, que no rechaza la hipótesis nula al 5% (valor crítico = -2,88). La re-estimación B2, que incorpora dummies para los meses de la pandemia (abril a julio de 2020), sí rechaza la hipótesis nula, por lo que se concluye que $\log(\text{TD})$ es $I(0)$ condicional a las dummies. El modelo es un AR(2) en niveles con dummies de pandemia, estimado sobre la submuestra desde febrero de 2011.

5.3.2. Regresión tasa de desempleo

Cuadro 54. Regresión tasa de desempleo

Coefficiente	Valor	SE	t	p Valor
AR(1)	0,768	0,075	10,249	0,000
AR(2)	0,200	0,075	2,648	0,008
Intercepto	2,332	0,081	28,657	0,000
D_abr2020	0,419	0,038	11,097	0,000
D_may2020	0,418	0,042	9,846	0,000
D_jun2020	0,308	0,042	7,264	0,000
D_jul2020	0,249	0,038	6,498	0,000

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 55. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión

Test	Estadístico	p Valor
BG_F(1)	0,019	0,890
BG_F(2)	0,055	0,973
BG_F(3)	1,313	0,726
BG_F(4)	2,568	0,632
BG_F(5)	7,692	0,174
BG_F(6)	9,249	0,160
BG_F(7)	9,516	0,218
BG_F(8)	10,841	0,211
BG_F(9)	11,044	0,273
BG_F(10)	15,647	0,110

Fuente: Cálculos CARF.

5.4. PTF observada y \bar{A} tendencial

5.4.1. Estacionariedad PTF

Cuadro 56. ADF(2) τ_r — PTF

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,695	0,285	2,441	0,027
PTF(-1)	-0,460	0,191	-2,414	0,028
Tendencia	-0,001	0,001	-1,129	0,276
D(PTF(-1))	0,117	0,233	0,501	0,623
D(PTF(-2))	0,197	0,228	0,863	0,401

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(2) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 2 de la primera diferencia — PTF.

Cuadro 57. $ADF(0) \tau_r$ — PTF

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,454	0,231	1,969	0,063
PTF(-1)	-0,303	0,155	-1,955	0,065
Tendencia	0,000	0,001	-0,560	0,582

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión $DF(0)$ con constante, con tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — PTF.

Cuadro 58. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — PTF

Orden	Estadístico F	p Valor
1	0,020	0,889
2	0,033	0,968
3	0,650	0,593
4	0,470	0,757
5	0,361	0,868
6	0,343	0,904
7	0,305	0,941
8	0,255	0,971
9	0,225	0,985
10	0,486	0,869

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 59. $ADF(0) \tau$ — Residuos sin tendencia PTF

T	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
-4,4673	-2,660	-1,950	-1,6

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos sin tendencia PTF.

Cuadro 60. $ADF(0) \tau_\mu$ — PTF

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,445	0,226	1,965	0,063
PTF(-1)	-0,299	0,152	-1,963	0,063

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión $DF(0)$ con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — PTF.

Cuadro 61. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — PTF

Orden	Estadístico F	p Valor
1	0,057	0,814
2	0,085	0,919
3	0,550	0,654
4	0,396	0,809
5	0,321	0,893
6	0,290	0,933
7	0,260	0,960
8	0,224	0,980
9	0,198	0,990
10	0,524	0,843

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 62. $ADF(0) \tau$ — Residuos sin tendencia PTF

τ	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
-4,3651	-2,660	-1,950	-1,6

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos sin tendencia PTF.

Cuadro 63. $ADF(0) \tau_{\mu}$ — PTF

Especificación	τ	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
DF/ADF con constante, 0 rezagos	-1,963	-3,750	-3,000	-2,630

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba Dickey-Fuller con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — PTF.

Cuadro 64. $ADF(0) \tau_{\mu}$ — PTF

Variable	Coefficiente	SE	t
C	0,507	0,212	2,391
y_lag	-0,339	0,142	-2,383
D_shock	-0,032	0,015	-2,102

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba Dickey-Fuller con dummies covid_2020Q2 — PTF.

Cuadro 65. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión B2[con dummies] — PTF

Orden	Estadístico F	p Valor
1	1,186	0,288
2	0,773	0,475
3	1,266	0,314
4	0,951	0,458
5	0,775	0,581
6	0,649	0,691
7	0,548	0,785
8	0,480	0,851
9	0,444	0,887
10	0,723	0,692

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 66. ADF(0) τ — Residuos B2[con dummies] PTF

T	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
-3,659	-2,660	-1,950	-1,600

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos B2[con dummies] PTF.

Conclusión PTF. El test B1 sin dummy (Dickey-Fuller con constante, sin tendencia, sin rezagos) arroja $\tau = -1,96$, que no rechaza la hipótesis nula al 5% (valor crítico = -3,00). La re-estimación B2 con dummy para 2020Q2 tampoco rechaza la hipótesis nula, por lo que se concluye que $\log(\text{PTF})$ es $I(1)$. La proyección se realiza sobre la primera diferencia logarítmica mediante un esquema de suavizamiento con ancla histórica de largo plazo.

5.4.1. Regresión PTF

Cuadro 67. Regresión PTF

Coefficiente	Valor	SE	t	p Valor
AR(1)	-0,066	0,212	-0,311	0,759

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 68 Breusch-Godfrey para residuos de la regresión

Test	Estadístico	p Valor
BG_F(1)	0,121	0,728
BG_F(2)	0,130	0,937
BG_F(3)	2,475	0,480
BG_F(4)	2,483	0,648
BG_F(5)	2,560	0,767
BG_F(6)	2,714	0,844
BG_F(7)	3,068	0,879
BG_F(8)	3,330	0,912
BG_F(9)	3,333	0,950
BG_F(10)	7,441	0,683

Fuente: Cálculos CARF.

5.5. Pruebas de estacionariedad de las series observadas del modelo de estado espacio

A continuación, se presenta el procedimiento secuencial de Enders (2004, p. 213) aplicado a las cinco series observadas del modelo. Para cada serie se determina la especificación, en la que los rezagos se eligen por significancia individual al 10% mediante eliminación del general al específico y la tendencia se incluye sólo cuando es significativa. Posteriormente se valida la ausencia de autocorrelación residual con Breusch-Godfrey y la estacionariedad de los residuales con Dickey-Fuller, y se reporta la prueba final Dickey-Fuller. Para las series que no rechazan la hipótesis nula de raíz unitaria, se reestima incluyendo variables indicadoras de choque exógeno. Si tampoco rechaza, se aplica la prueba de Zivot y Andrews con quiebre endógeno.

5.5.1. Logaritmo del PIB

Cuadro 69. ADF(8) τ_r — $\ln(\text{PIB})$

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	1,2196	0,3602	3,3862	0,0011
$\ln(\text{PIB})_{t-1}$	-0,1028	0,0311	-3,3073	0,0014
$\Delta \ln(\text{PIB})_{t-1}$	-0,1864	0,0556	-3,3494	0,0012
$\Delta \ln(\text{PIB})_{t-2}$	-0,1955	0,0553	-3,5376	0,0007
$\Delta \ln(\text{PIB})_{t-3}$	-0,1137	0,0548	-2,0749	0,0412
$\Delta \ln(\text{PIB})_{t-4}$	0,1020	0,0542	1,8836	0,0633
$\Delta \ln(\text{PIB})_{t-5}$	-0,0663	0,0545	-1,2152	0,2279
$\Delta \ln(\text{PIB})_{t-6}$	-0,1435	0,0538	-2,6689	0,0092
$\Delta \ln(\text{PIB})_{t-7}$	-0,0539	0,0524	-1,0288	0,3067
$\Delta \ln(\text{PIB})_{t-8}$	-0,1403	0,0515	-2,7271	0,0079
Tendencia	0,0008	0,0003	2,8352	0,0058
Dcovid_2020Q2	-0,1946	0,0117	-16,6703	<0,0001

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(8) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 de la primera diferencia y dummies covid_2020Q2 — $\ln(\text{PIB})$.

Cuadro 70. ADF(1,2,3,4,6,8) τ_r — $\ln(\text{PIB})$

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	1,3855	0,3403	4,0711	0,0001
$\ln(\text{PIB})_{t-1}$	-0,1173	0,0293	-4,0006	0,0001
$\Delta \ln(\text{PIB})_{t-1}$	-0,1742	0,0544	-3,2001	0,0020
$\Delta \ln(\text{PIB})_{t-2}$	-0,1758	0,0535	-3,2872	0,0015
$\Delta \ln(\text{PIB})_{t-3}$	-0,0972	0,0524	-1,8553	0,0672
$\Delta \ln(\text{PIB})_{t-4}$	0,1226	0,0522	2,3493	0,0212
$\Delta \ln(\text{PIB})_{t-6}$	-0,1216	0,0515	-2,3613	0,0206
$\Delta \ln(\text{PIB})_{t-8}$	-0,1245	0,0502	-2,4791	0,0152
Tendencia	0,0009	0,0003	3,5797	0,0006
Dcovid_2020Q2	-0,1947	0,0117	-16,6816	<0,0001

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(1,2,3,4,6,8) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 2, 3, 4, 6, 8 de la primera diferencia y dummies— $\ln(\text{PIB})$.

Cuadro 71. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión] — $\ln(\text{PIB})$

Orden	Estadístico F	Valor
1	23,4751	<0,0001
2	23,0378	<0,0001
3	16,1122	<0,0001
4	13,4201	<0,0001
5	10,6409	<0,0001
6	8,8672	<0,0001
7	7,6458	<0,0001
8	6,8308	<0,0001
9	6,0924	<0,0001
10	5,6279	<0,0001

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 72. ADF(0) τ — Residuos $\ln(\text{PIB})$

τ	Valor crítico 10%
-6,1336	-1,61

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos $\ln(\text{PIB})$.

Cuadro 73. ADF(1,2,3,4,6,8) τ_r — $\ln(\text{PIB})$

τ	Valor crítico 10%	Valor crítico 5%	Valor crítico 1%
-4,0006	-3,15	-3,45	-4,04

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba Dickey-Fuller con dummies— $\ln(\text{PIB})$.

Cuadro 74. Pruebas de normalidad para los residuos de la especificación final — $\ln(\text{PIB})$

Test	Estadístico	p Valor
Jarque-Bera	0,5736	0,7507
Cramer-von Mises	0,0619	0,3534

Fuente: Cálculos CARF.

5.5.2. Inflación total

Cuadro 75. ADF(8) τ_μ — Inflación total

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,5673	0,2048	2,7700	0,0070
Inflación totalt-1	-0,1330	0,0406	-3,2772	0,0016
Δ Inflación totalt-1	0,4372	0,0977	4,4733	<0,0001
Δ Inflación totalt-2	0,1427	0,1073	1,3303	0,1872
Δ Inflación totalt-3	0,1661	0,1093	1,5196	0,1326
Δ Inflación totalt-4	-0,5089	0,1087	-4,6807	<0,0001
Δ Inflación totalt-5	0,1534	0,1010	1,5193	0,1326
Δ Inflación totalt-6	0,0673	0,1021	0,6589	0,5118
Δ Inflación totalt-7	0,0632	0,1032	0,6126	0,5419
Δ Inflación totalt-8	-0,2801	0,0988	-2,8337	0,0058
Dregimen_alto	1,0623	0,3319	3,2009	0,0020

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(8) con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 de la primera diferencia y dummies — Inflación total.

Cuadro 76. ADF(1,3,4,5,8) τ_μ — Inflación total

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,4930	0,1980	2,4902	0,0148
Inflación totalt-1	-0,1186	0,0393	-3,0175	0,0034
Δ Inflación totalt-1	0,4955	0,0867	5,7171	<0,0001
Δ Inflación totalt-3	0,1794	0,0938	1,9133	0,0592
Δ Inflación totalt-4	-0,4904	0,1047	-4,6828	<0,0001
Δ Inflación totalt-5	0,2040	0,0930	2,1937	0,0311
Δ Inflación totalt-8	-0,2490	0,0885	-2,8129	0,0061
Dregimen_alto	1,0756	0,3295	3,2643	0,0016

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(1,3,4,5,8) con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 3, 4, 5, 8 de la primera diferencia y dummies— Inflación total.

Cuadro 77. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión— Inflación total

Orden	Estadístico F	p Valor
1	0,0000	0,9987
2	0,6263	0,5371
3	0,5317	0,6619
4	0,8234	0,5141
5	0,7225	0,6085
6	0,6003	0,7292
7	0,5185	0,8179
8	0,8369	0,5732
9	0,7848	0,6310
10	0,7107	0,7117

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 78. ADF(0) τ — Residuos B2[regimen_alto_8Q] Inflación total

τ	Valor crítico 10%
-9,3995	-1,61

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos B2[regimen_alto_8Q] Inflación total.

Cuadro 79. ADF(1,3,4,5,8) τ_{μ} — Inflación total

τ	Valor crítico 10%	Valor crítico 5%	Valor crítico 1%
-3,0175	-2,58	-2,89	-3,51

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba Dickey-Fuller con dummies— Inflación total.

Cuadro 80. Pruebas de normalidad para los residuos de la especificación final — Inflación total

Test	Estadístico	p Valor
Jarque-Bera	0,1754	0,9160
Cramer-von Mises	0,0708	0,2699

Fuente: Cálculos CARF

5.5.3. Expectativas de inflación

Cuadro 81. $ADF(8) \tau_r$ — Expectativas Inf.

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,2730	0,2159	1,2644	0,2097
Expectativas Inf $t-1$	-0,0916	0,0383	-2,3909	0,0192
Δ Expectativas Inf $t-1$	0,3844	0,1057	3,6372	0,0005
Δ Expectativas Inf $t-2$	0,0115	0,1117	0,1025	0,9186
Δ Expectativas Inf $t-3$	0,0119	0,1114	0,1064	0,9155
Δ Expectativas Inf $t-4$	0,0561	0,1075	0,5216	0,6034
Δ Expectativas Inf $t-5$	-0,0483	0,1070	-0,4517	0,6527
Δ Expectativas Inf $t-6$	-0,0285	0,1068	-0,2669	0,7902
Δ Expectativas Inf $t-7$	-0,0590	0,1068	-0,5525	0,5821
Δ Expectativas Inf $t-8$	-0,1632	0,1055	-1,5467	0,1259
Tendencia	0,0016	0,0016	1,0141	0,3136

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(8) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 de la primera diferencia — Expectativas Inf.

Cuadro 82. $ADF(1,8) \tau_r$ — Expectativas Inf.

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,2920	0,1781	1,6396	0,1047
Expectativas Inf $t-1$	-0,0934	0,0324	-2,8809	0,0050
Δ Expectativas Inf $t-1$	0,4023	0,0952	4,2264	<0,0001
Δ Expectativas Inf $t-8$	-0,1904	0,0956	-1,9923	0,0495
Tendencia	0,0014	0,0014	0,9983	0,3209

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(1,8) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 8 de la primera diferencia — Expectativas Inf.

Cuadro 83. $ADF(1,8) \tau_\mu$ — Expectativas Inf.

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	0,4060	0,1366	2,9729	0,0038
Expectativas Inf $t-1$	-0,1014	0,0315	-3,2228	0,0018
Δ Expectativas Inf $t-1$	0,4207	0,0934	4,5051	<0,0001
Δ Expectativas Inf $t-8$	-0,1595	0,0904	-1,7642	0,0812

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(1,8) con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 8 de la primera diferencia — Expectativas Inf.

Cuadro 84. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — Expectativas Inf.

Orden	Estadístico F	p Valor
1	1,2794	0,2612
2	0,8584	0,4275
3	0,5691	0,6369
4	0,5571	0,6944
5	0,6748	0,6437
6	0,6575	0,6840
7	0,6129	0,7437
8	0,5560	0,8105
9	0,5012	0,8694
10	0,4563	0,9127

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 85. ADF(0) τ — Residuos sin tendencia Expectativas Inf.

τ	Valor crítico 10%
-10,0581	-1,61

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos sin tendencia Expectativas Inf.

Cuadro 86. ADF(1,8) τ_{μ} — Expectativas Inf.

τ	Valor crítico 10%	Valor crítico 5%	Valor crítico 1%
-3,2228	-2,58	-2,89	-3,51

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba Dickey-Fuller con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 8 de la primera diferencia — Expectativas Inf.

Cuadro 87. Pruebas de normalidad para los residuos de la especificación final — Expectativas Inf.

Test	Estadístico	p Valor
Jarque-Bera	66,8274	<0,0001
Cramer-von Mises	0,3195	0,0002

Fuente: Cálculos CARF.

5.5.4. Tasa de desempleo nacional

Cuadro 88. ADF(8) τ_r — Desempleo

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	2,4547	1,1331	2,1664	0,0333
Desempleot-1	-0,1996	0,0846	-2,3603	0,0207
Δ Desempleot-1	-0,0465	0,1175	-0,3954	0,6936
Δ Desempleot-2	-0,0970	0,1170	-0,8292	0,4095
Δ Desempleot-3	0,0794	0,1165	0,6816	0,4975
Δ Desempleot-4	0,0542	0,1156	0,4689	0,6405
Δ Desempleot-5	0,0047	0,1148	0,0405	0,9678
Δ Desempleot-6	0,0898	0,1143	0,7859	0,4343
Δ Desempleot-7	0,0155	0,1108	0,1399	0,8891
Δ Desempleot-8	0,0207	0,1059	0,1952	0,8457
Tendencia	-0,0047	0,0052	-0,9029	0,3693

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(8) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 de la primera diferencia — Desempleo.

Cuadro 89. ADF(0) τ_r — Desempleo

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	2,5615	0,8312	3,0816	0,0027
Desempleot-1	-0,2012	0,0595	-3,3841	0,0010
Tendencia	-0,0060	0,0045	-1,3341	0,1853

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión DF(0) con constante, con tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — Desempleo.

Cuadro 90. ADF(0) τ_μ — Desempleo

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	1,8260	0,6246	2,9234	0,0043
Desempleot-1	-0,1644	0,0529	-3,1090	0,0025

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión DF(0) con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — Desempleo.

Cuadro 91. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — Desempleo

Orden	Estadístico F	p Valor
1	0,7928	0,3755
2	1,4252	0,2455
3	1,0484	0,3750
4	0,7812	0,5402
5	0,6748	0,6436
6	0,5669	0,7556
7	0,4875	0,8414
8	0,4272	0,9018
9	0,3757	0,9438
10	0,3406	0,9674

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 92. ADF(0) τ — Residuos sin tendencia Desempleo

τ	Valor crítico 10%
-10,6334	-1,61

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos sin tendencia Desempleo.

Cuadro 93. ADF(0) τ_{μ} — Desempleo

τ	Valor crítico 10%	Valor crítico 5%	Valor crítico 1%
-3,1090	-2,58	-2,89	-3,51

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba Dickey-Fuller con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y 0 rezagos de la primera diferencia — Desempleo.

Cuadro 94. Pruebas de normalidad para los residuos de la especificación final — Desempleo

Test	Estadístico	p Valor
Jarque-Bera	3,083,3330	<0,0001
Cramer-von Mises	0,8624	<0,0001

Fuente: Cálculos CARF.

5.5.5. Utilización de capacidad instalada

Cuadro 95. $ADF(8) \tau_r$ — UCI.

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	25,4926	8,0263	3,1761	0,0021
UCI _{t-1}	-0,3678	0,1170	-3,1445	0,0023
ΔUCI_{t-1}	-0,2144	0,1304	-1,6436	0,1042
ΔUCI_{t-2}	0,1077	0,1292	0,8336	0,4070
ΔUCI_{t-3}	0,0836	0,1254	0,6665	0,5070
ΔUCI_{t-4}	0,4065	0,1248	3,2565	0,0017
ΔUCI_{t-5}	0,2424	0,1327	1,8273	0,0714
ΔUCI_{t-6}	0,0660	0,1318	0,5009	0,6178
ΔUCI_{t-7}	0,0875	0,1281	0,6832	0,4965
ΔUCI_{t-8}	-0,0035	0,1114	-0,0316	0,9749
Tendencia	0,0161	0,0098	1,6370	0,1056

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión $ADF(8)$ con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 de la primera diferencia — UCI.

Cuadro 96. $ADF(1,4,5) \tau_r$ — UCI.

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	20,1563	5,6070	3,5949	0,0005
UCI _{t-1}	-0,2904	0,0814	-3,5671	0,0006
ΔUCI_{t-1}	-0,2965	0,0978	-3,0314	0,0032
ΔUCI_{t-4}	0,3385	0,0970	3,4883	0,0008
ΔUCI_{t-5}	0,1952	0,1004	1,9448	0,0550
Tendencia	0,0125	0,0082	1,5323	0,1290

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión $ADF(1,4,5)$ con constante, con tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 4, 5 de la primera diferencia — UCI.

Cuadro 97. ADF(1,4,5) τ_μ — UCI.

Variable	Coefficiente	SE	t	p Valor
C	16,0211	4,9518	3,2354	0,0017
UCIt-1	-0,2233	0,0691	-3,2294	0,0017
Δ UCIt-1	-0,3310	0,0959	-3,4512	0,0009
Δ UCIt-4	0,3242	0,0973	3,3311	0,0013
Δ UCIt-5	0,1793	0,1006	1,7827	0,0780

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Regresión ADF(1,4,5) con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 4, 5 de la primera diferencia — UCI.

Cuadro 98. Breusch-Godfrey para residuos de la regresión sin tendencia — UCI

Orden	Estadístico F	p Valor
1	0,0967	0,7566
2	0,0521	0,9492
3	0,0670	0,9773
4	0,5450	0,7031
5	0,4684	0,7988
6	0,6687	0,6751
7	0,5747	0,7745
8	1,5720	0,1462
9	1,5547	0,1435
10	1,3950	0,1981

Fuente: Cálculos CARF.

Cuadro 99. ADF(0) τ — Residuos sin tendencia UCI.

τ	Valor crítico 10%
-9,4570	-1,61

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba DF sin constante, sin tendencia, 0 rezagos — Residuos sin tendencia UCI.

Cuadro 100. ADF(1,4,5) τ_μ — UCI.

τ	Valor crítico 10%	Valor crítico 5%	Valor crítico 1%
-3,2294	-2,58	-2,89	-3,51

Fuente: Cálculos CARF. Nota: Prueba Dickey-Fuller con constante, sin tendencia, con rezago de la variable y rezagos 1, 4, 5 de la primera diferencia — UCI.

Cuadro 101. Pruebas de normalidad para los residuos de la especificación final — UCI.

Test	Estadístico	p Valor
Jarque-Bera	104,0078	<0,0001
Cramer-von Mises	0,1581	0,0182

Fuente: Cálculos CARF.

5.6. Diagnósticos del modelo de estado espacio

Los diagnósticos del modelo siguen las condiciones de independencia formuladas por Harvey (1989, §3.1.5) y se aplican sobre los residuales suavizados del filtro y sobre las innovaciones estandarizadas. Los residuales suavizados son las estimaciones de las perturbaciones de observación y de transición una vez incorporada toda la información de la muestra,

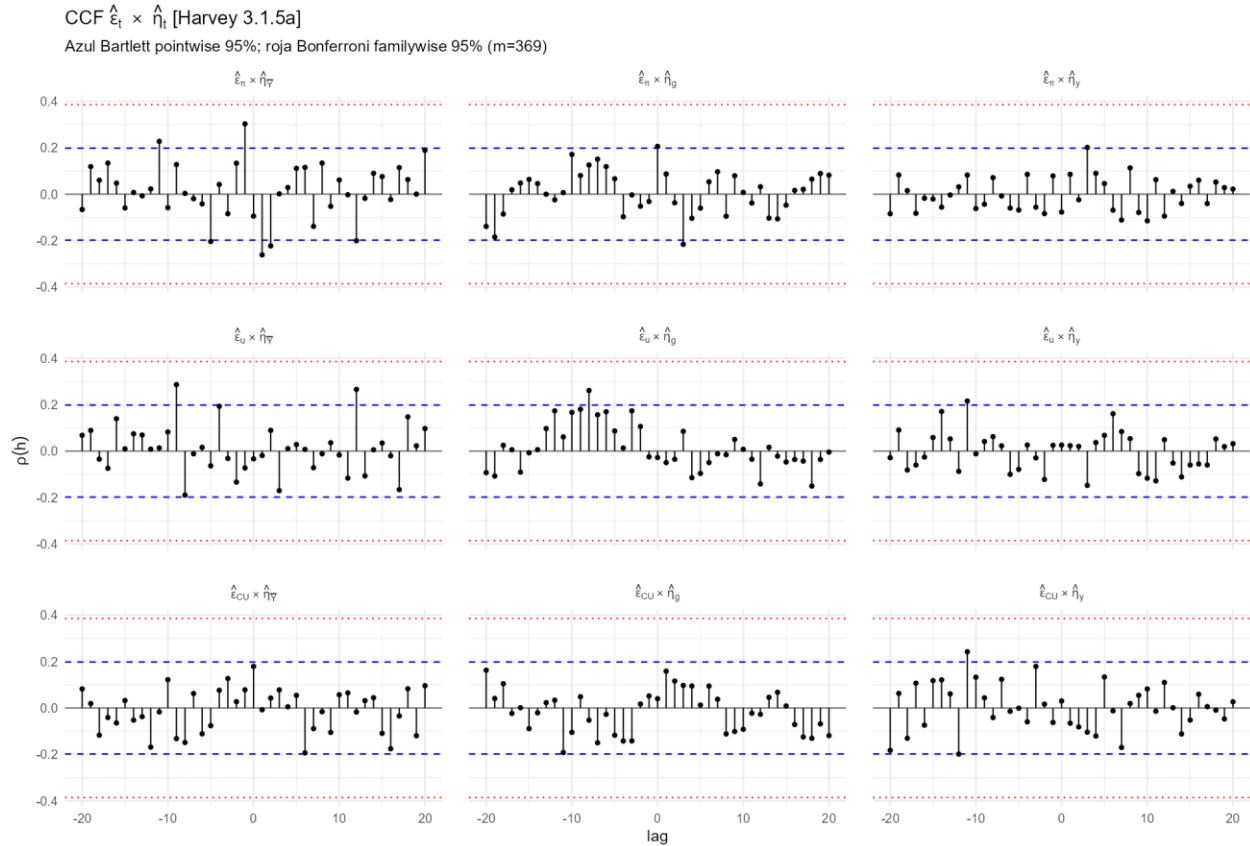
$$\hat{\varepsilon}_t = H_t u_t, \quad \hat{\eta}_t = Q_t r_t,$$

donde $u_t = F_t^{-1} v_t - K_t' r_t$ y r_t es el vector de suavizado de Koopman (1993). Estas magnitudes son los residuales auxiliares de Harvey y Koopman (1992) y se utilizan en las pruebas de independencia cruzada y en la detección de valores atípicos o cambios estructurales.

5.6.1.1. Independencia entre perturbaciones.

La condición $E(\varepsilon_s \eta_t') = 0$ (Harvey 3.1.5a) se evalúa con las correlaciones cruzadas entre $\hat{\varepsilon}_t$ y $\hat{\eta}_t$ a lo largo de los rezagos del modelo. La referencia bajo independencia se construye con la verificación predictiva bayesiana de Gelman et al. (2013), en la cual cada extracción de la posterior define un proceso generador de datos con perturbaciones independientes por construcción. Sobre la muestra simulada se aplican el filtro y el suavizador y se calcula el mismo estadístico sobre los residuales replicados. El p-valor predictivo es la probabilidad de observar un valor más extremo bajo el modelo replicado.

Gráfica 16. Correlaciones cruzadas entre los residuales suavizados $\hat{\varepsilon}_t$ y $\hat{\eta}_t$.



Fuente: Elaboración CARF

Cuadro 102. Verificación predictiva bayesiana sobre la independencia cruzada entre $\hat{\varepsilon}_t$ y $\hat{\eta}_t$

Estadístico	Observado	Mediana simulada	p-valor
$\max \rho_{\varepsilon \times \eta} $	0,303	0,310	0,920
$Q_{\text{cruz}} = n \sum \rho^2$	331,8	321,8	0,740

Fuente: Elaboración CARF. Nota: La columna observada reporta el estadístico calculado sobre el ajuste del modelo. La columna mediana simulada reporta el centro de la distribución bajo replicación.

Los estadísticos pasan la prueba con p-valores predictivos cercanos al centro de la distribución simulada. El máximo de la correlación cruzada observado es 0,303 frente a una distribución simulada bajo independencia con media 0,310 y rango entre 0,240 y 0,395. Aun bajo independencia exacta, el suavizador genera correlaciones mecánicas en torno a 0,31 porque $\hat{\varepsilon}_t$ y $\hat{\eta}_t$ se calculan a partir de toda la muestra. El observado es indistinguible de esa correlación mecánica.

5.6.1.2. Independencia con el estado inicial.

Las condiciones $E(\varepsilon_t \alpha_0') = 0$ y $E(\eta_t \alpha_0') = 0$ (Harvey 3.1.5b) se evalúan sobre las correlaciones a través de extracciones de la posterior. Cada extracción $\theta^{(s)}$ define un estado inicial $\alpha_0^{(s)}$ y un conjunto de residuales $\hat{\varepsilon}_t^{(s)}$ y $\hat{\eta}_t^{(s)}$. La correlación a través de extracciones mide la asociación lineal entre el estado inicial y cada residual a lo largo de la muestra de la posterior.

Cuadro 103. Correlaciones a través de extracciones de la posterior entre el componente del estado inicial y los residuales suavizados.

Bloque	Número de correlaciones	max ρ	Fuera de banda (%)
$g_0 \times \varepsilon_t$	294	0,067	15,6
$g_0 \times \eta_t$	290	0,377	65,2

Fuente: Elaboración CARF. Nota: Se reporta el número de correlaciones evaluadas, el máximo absoluto y el porcentaje fuera de la banda asintótica $.g_0 \pm 2/\sqrt{S}$

El bloque de correlación con $\hat{\varepsilon}$ se mantiene contenido en la banda asintótica para la mayoría de los rezagos. El bloque con $\hat{\eta}$ presenta correlaciones mayores en torno al estado inicial g_0 , comportamiento esperado documentado por Harvey y Koopman (1992) y por de Jong y Penzer (1998), pues los residuales suavizados $\hat{\eta}_t$ heredan dependencia del estado inicial cuando éste se introduce a través de la distribución a priori.

5.6.1.3. Diagnósticos sobre las innovaciones estandarizadas.

Las innovaciones estandarizadas $v_t^* = v_{t,j} / \sqrt{F_{t,jj}}$ son los errores de predicción del filtro normalizados por su varianza. Bajo el modelo correctamente especificado se comportan como un proceso ruido blanco. La inspección se aplica sobre los canales de inflación, desempleo y utilización de capacidad, e incluye la función de autocorrelación, la función de correlación cruzada entre canales y un análisis de estabilidad por sumas acumuladas (CUSUM).

Para evaluar simultáneamente correlaciones a distintos rezagos se aplica la corrección de Bonferroni²⁸, que ajusta el umbral de significancia individual dividiendo el nivel α entre el número de pruebas anidadas que se evalúan en paralelo. Esta corrección controla la tasa de error de la familia y evita los rechazos espurios que se producirían al inspeccionar muchos rezagos con el umbral nominal.

²⁸ La corrección de Bonferroni controla la probabilidad de cometer al menos un error de tipo I (falso positivo) al realizar múltiples pruebas simultáneas. Si se evalúan m pruebas, cada una se compara contra el umbral α/m en lugar de α , lo que garantiza que la tasa de error familywise no supere α sin importar la estructura de dependencia entre las pruebas (Dunn, 1961). En este anexo se evalúan 40 correlaciones (ACF y CCF a 20 rezagos cada una), por lo que el umbral individual se divide por 40. El umbral incorpora además un factor de escala por la curtosis de la distribución t-Student del modelo.

Cuadro 104. Resumen de los diagnósticos sobre las innovaciones estandarizadas

Diagnóstico	Resultado
ACF de v_t^* , rezagos 1 a 20	0 correlaciones de 60 fuera de banda de Bonferroni
CCF de v_t^* entre canales	0 correlaciones de 123 fuera de banda de Bonferroni
CUSUM de v_t^* por canal	Máximo 0,777 frente a valor crítico 1,358

Fuente: Elaboración CARF. Nota: La columna fuera de banda indica el número de correlaciones que cruzan la banda de Bonferroni al . La fila CUSUM reporta el máximo del estadístico acumulado frente al valor crítico al v_t^* 5%

Ningún rezago supera el umbral de Bonferroni en autocorrelación o en correlación cruzada. La estadística de sumas acumuladas se mantiene contenida dentro de la banda crítica en todos los canales. Los diagnósticos son compatibles con la hipótesis de innovaciones independientes y idénticamente distribuidas que demanda la especificación.

El Cuadro 105 consolida el veredicto sobre las condiciones diagnósticas evaluadas en el modelo.

Cuadro 105. Resumen consolidado de los diagnósticos del modelo.

Condición	Resultado
Independencia $E(\varepsilon_t \eta_t')=0$	p-valor predictivo entre 0,74 y 0,92
Independencia $E(\varepsilon_t \alpha_0')=0$	$\max \rho =0,067$
Independencia $E(\eta_t \alpha_0')=0$	$\max \rho =0,377$
ACF de v_t^* con corrección de Bonferroni	0 rezagos fuera de banda
CCF de v_t^* con corrección de Bonferroni	0 rezagos fuera de banda
CUSUM de v_t^*	Máximo 0,777 frente a crítico 1,358

Fuente: Elaboración CARF. Las condiciones se evalúan al 5% de significancia o con la verificación predictiva bayesiana cuando procede.

5.7. Validación predictiva del modelo de estado espacio

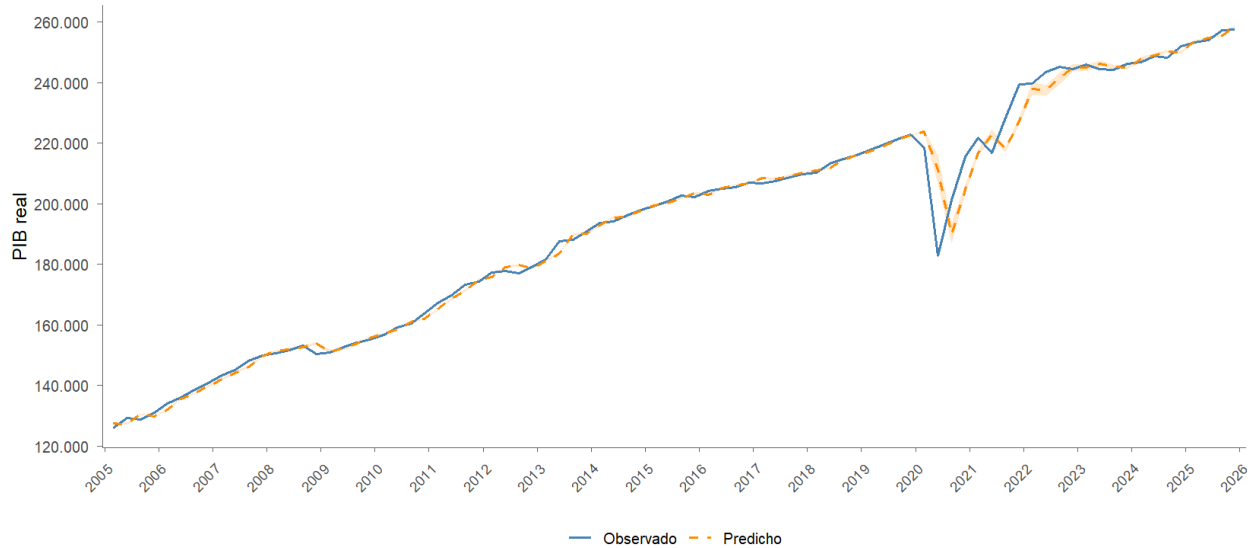
La validación predictiva del modelo se construye en dos niveles, a saber, dentro de muestra mediante el pronóstico a un trimestre que produce el filtro de Kalman sobre toda la muestra observada y fuera de muestra mediante una estimación rodante en la que el modelo se reestima con la información disponible hasta cada punto de corte y se compara la predicción contra el valor observado.

5.7.1.1. Pronóstico dentro de muestra.

La metodología dentro de muestra construye, para cada trimestre t , una predicción a un trimestre del PIB real. El filtro de Kalman toma el estado filtrado hasta $t - 1$, lo proyecta una vez con la matriz de transición y aplica la ecuación de medición sobre la proyección. El ejercicio fija los parámetros estructurales en su posterior estimada con la muestra completa y solo es secuencial sobre los estados latentes. La predicción resultante se compara con el PIB observado en t y se

reportan métricas de error sobre la muestra completa y por subperíodos económicos relevantes.²⁹

Gráfica 17. PIB real observado y pronóstico a un trimestre dentro de muestra



Fuente: Elaboración CARF.

Cuadro 106. Métricas de pronóstico dentro de muestra

Métrica	Valor
Raíz del error cuadrático medio (RECM)	3 996
Error absoluto medio (EAM)	1 939
Error porcentual absoluto medio (EPAM, %)	1,06
R2	0,992
Innovaciones estandarizadas con $ vt^* > 2$	5/100
<i>EPAM por subperíodo (%)</i>	
Precrisis 2001 a 2008Q2	1,0
Crisis financiera global 2008Q3 a 2010Q4	0,6
Expansión 2011 a 2019Q4	0,5
Pandemia 2020 a 2021	5,4
Recuperación 2022 a 2025	0,7

Fuente: Elaboración CARF. RECM y EAM en miles de millones de pesos constantes de 2015. EPAM en porcentaje. El bloque inferior reporta el EPAM medio sobre cada subperíodo económico relevante.

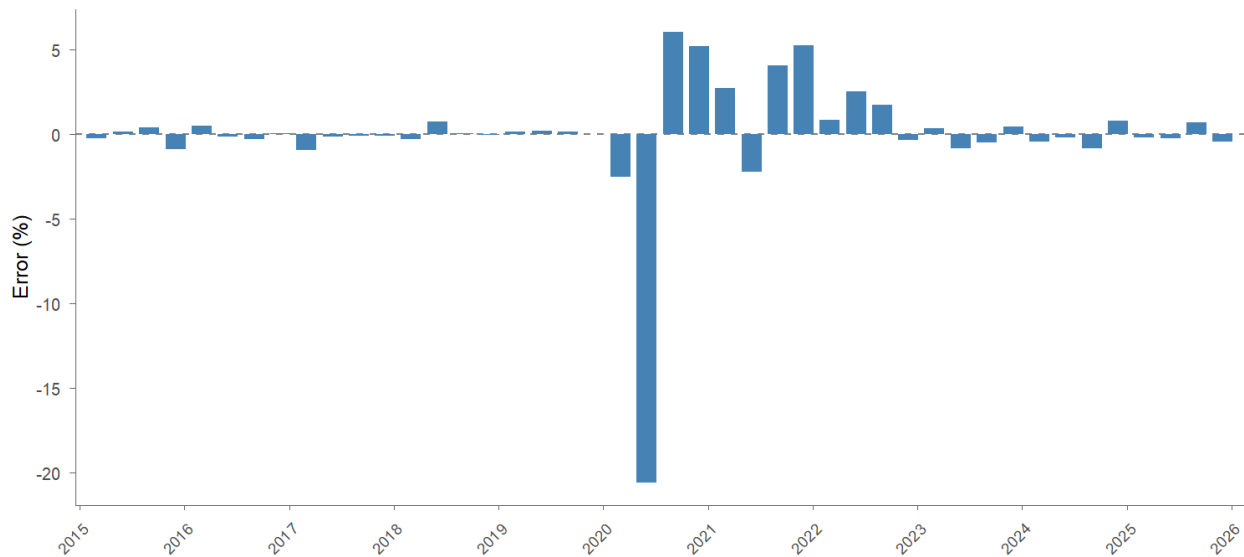
²⁹ Adicionalmente se realizó un ejercicio de backtesting a un horizonte de diez periodos hacia adelante, cuyos resultados son igualmente satisfactorios.

El ajuste dentro de muestra explica el 99,2% de la variabilidad del PIB observado y produce un error porcentual absoluto medio del 1,06%. La descomposición por subperíodos indica que el error promedio se concentra en el episodio 2020 a 2021, donde el modelo enfrenta el desplome y la recuperación rápida del producto, mientras que en los demás subperíodos el EPAM se sitúa en torno al 1% o por debajo de ese umbral. Cinco trimestres registran innovaciones estandarizadas con magnitud superior a dos desviaciones estándar, comportamiento esperado bajo una distribución *t*-Student con $\nu \approx 22$ que respalda la calibración de las colas de la verosimilitud.

5.7.1.2. Pronóstico fuera de muestra.

La metodología fuera de muestra reproduce el ejercicio en condiciones genuinamente predictivas. El procedimiento recorre 44 puntos de corte sucesivos entre $T_{\text{corte}} = 56$ (2014Q4) y $T_{\text{corte}} = 99$ (2025Q3). En cada corte el modelo se reestima por completo con la información disponible hasta T_{corte} , sin que la inferencia tenga acceso al PIB del trimestre siguiente, y la predicción a un trimestre se compara contra el valor observado en $T_{\text{corte}} + 1$. El error porcentual de pronóstico se obtiene para cada uno de los 44 trimestres pronosticados.

Gráfica 18. Error de pronóstico fuera de muestra a un trimestre, en porcentaje del PIB observado, para cada uno de los 44 trimestres pronosticados sobre la ventana 2015Q1 a 2025Q4



Fuente: Elaboración CARF

Cuadro 107. Métricas de pronóstico fuera de muestra sobre la ventana 2015Q1 a 2025Q4

Métrica	Ventana completa	Excluyendo COVID
Raíz del error cuadrático medio (RECM)	6 940	1 625
Error absoluto medio (EAM)	3 158	1 079
Error porcentual absoluto medio (EPAM, %)	1,49	0,46
R2	0,879	0,994
RECM referencia (paseo aleatorio)	7 142	1 693
Estadístico de Theil	0,972	0,960
Número de puntos de corte	44	35

Fuente: Elaboración CARF. RECM y EAM en miles de millones de pesos constantes de 2015. EPAM en porcentaje. La columna excluyendo COVID retira los nueve puntos de corte cuyo trimestre pronosticado pertenece al episodio 2020Q1 a 2022Q1.

La [Gráfica 19](#) muestra que los errores fuera de muestra se concentran entre 2020Q2 y 2022Q1, período en el cual el modelo sobreestima la caída inicial del PIB y subestima la velocidad de la recuperación posterior. Fuera de ese episodio, el error porcentual se mantiene contenido, con magnitudes inferiores al 1% en la mayoría de los trimestres. Sobre la ventana completa el estadístico de Theil de 0,97 refleja la dificultad para anticipar los choques pandémicos con un trimestre de antelación.

Al restringir el ejercicio a los 35 puntos de corte fuera del episodio agudo, el EPAM fuera de muestra es de 0,46%, magnitud similar al EPAM dentro de muestra para los subperíodos de calma reportados en el Cuadro 96. La similitud entre ambas evaluaciones es consistente con un modelo cuya capacidad predictiva no descansa sobre información futura del PIB observada en la estimación. La estabilidad de los parámetros clave del modelo a través de los puntos de corte, esto es, ϕ , θ , g_{SS} , σ_y y ν , es además consistente con la propiedad de Bernstein y von Mises bajo el tamaño muestral disponible.



@CARFColombia



@carf.colombia



Comité Autónomo
de la Regla Fiscal

Comité Autónomo de la Regla Fiscal - CARF
Carrera 8 No. 6 C 38 - Código Postal 111711
atencionusuario@carf.gov.co
Bogotá, D.C.
www.carf.gov.co